# Systèmes de numération — Exercices Physique 9e HarmoS

## Exercice 1

**Système de numération égyptien :** Dans l'Égypte antique, on utilise un système additif en base 10 où chaque puissance de 10 est représentée par un hiéroglyphe :

- $B$ (bâton) $= 1$
- $A$ (anse) $= 10$
- $S$ (spirale) $= 100$
- $L$ (fleur de lotus) $= 1\,000$
- $D$ (doigt) $= 10\,000$

1. Convertir en écriture décimale le nombre noté : $DD\ LLL\ SSSS\ AA\ BBBBB$.
2. Écrire le nombre 14 632 avec ces symboles.
3. Additionner directement $(L\ SSSS\ AAAAA\ BBB) + (L\ SSSSSS\ AAAAAA\ BBBBBBBB)$ en effectuant les regroupements (retenues par paquets de 10) et donner le résultat en écriture égyptienne puis décimale.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 2

**La multiplication égyptienne :** Les scribes égyptiens effectuaient les multiplications sans connaître les tables, uniquement par **doublements successifs** (multiplication par 2) et additions.

Pour calculer $23 \times 37$, on construit le tableau des doubles de 37 :

| Puissance de 2 | Double de 37 |
|---|---|
| 1 | 37 |
| 2 | 74 |
| 4 | 148 |
| 8 | 296 |
| 16 | 592 |

1. Décomposer 23 en somme de puissances de 2 figurant dans la colonne de gauche, puis en déduire $23 \times 37$.
2. Appliquer la même méthode pour calculer $41 \times 29$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 3

**Système babylonien (base 60) :** Les Babyloniens utilisaient un système positionnel en **base** 60 (sexagésimal). On note ici chaque « chiffre » babylonien (de 0 à 59) séparé par un point-virgule, par exemple $(2\,;\,15)_{60} = 2 \times 60^1 + 15 \times 60^0$.

1. Convertir en base 10 les nombres babyloniens suivants :
   - $A = (4\,;\,25)_{60}$
   - $B = (1\,;\,12\,;\,35)_{60}$
2. Convertir en écriture babylonienne (base 60) les entiers décimaux suivants :
   - $C = 500$
   - $D = 7\,580$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 4

**Héritage du système sexagésimal (durées et angles) :**

1. Une expérience d'astronomie dure 2 h 47 min 38 s, suivie d'une deuxième phase de 1 h 28 min 45 s. Quelle est la durée totale ?
2. Dans un triangle, deux angles mesurent respectivement $\alpha = 48^\circ\,37'\,50''$ et $\beta = 73^\circ\,45'\,25''$ (en degrés, minutes d'arc et secondes d'arc, où $1^\circ = 60'$ et $1' = 60''$). Calculer la mesure du troisième angle $\gamma$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 5

**Système binaire (base 2) :**

1. Convertir en base 10 les nombres binaires suivants :
   - $(101101)_2$
   - $(11111111)_2$
2. Convertir en binaire (base 2) les entiers décimaux suivants :
   - 43
   - 156

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 6

**Opérations directement en base 2 :**

1. Poser et calculer l'addition binaire : $(101101)_2 + (11011)_2$, puis vérifier le résultat en base 10.
2. Poser et calculer la multiplication binaire : $(1101)_2 \times (101)_2$, puis vérifier en base 10.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 7

**Informatique : octets et système hexadécimal (base 16)** — En base 16, on utilise les chiffres 0 à 9 puis les lettres $A = 10, B = 11, C = 12, D = 13, E = 14, F = 15$.

1. Convertir l'octet $(1101\,0110)_2$ en base 16, puis en base 10.
2. En codage web RGB, une couleur est définie par trois octets en hexadécimal. Convertir la composante rouge `A5` et la composante verte `3F` de `#A53F00` en base 10 et en binaire (8 bits).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 8

**Bases fictives :** Sur la planète *Pentaria*, les habitants n'ont qu'une main à 5 doigts et comptent en **base** 5.

1. Convertir notre nombre décimal 189 en base 5.
2. Convertir le nombre pentarien $(342)_5$ en base 10.
3. Effectuer directement en base 5 l'addition : $(342)_5 + (234)_5$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 9

Un archéologue retrouve une tablette provenant d'une civilisation inconnue comptant dans une certaine **base** $b$ (avec $b > 4$). Sur la tablette figure l'addition suivante :

$$(34)_b + (23)_b = (101)_b$$

1. En traduisant cette égalité en base 10, déterminer la **base** $b$ utilisée.
2. Dans cette même base $b$, calculer la multiplication $(24)_b \times (13)_b$ et donner le résultat en base $b$ puis en base 10.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 10

1. Convertir en écriture décimale les nombres romains suivants : `MCMXCIX` et `MMCDXLIV`.
2. Écrire `2026` et `1984` en chiffres romains.
3. Expliquer en deux points pourquoi un système **positionnel avec zéro** (comme notre système indo-arabe ou le système binaire) est bien plus efficace pour calculer qu'un système **additif** (égyptien ou romain).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 11

1. Convertir en base 10 : $(110011)_2$ et $(1000000)_2$.
2. Convertir en base 2 : 45 et 100.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 12

1. Convertir $(243)_5$ en base 10.
2. Convertir 100 et 73 en base 5.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 13

En base 16 (hexadécimal), on utilise les chiffres 0 à 9 puis $A = 10$, $B = 11$, …, $F = 15$.

1. Convertir $(2F)_{16}$ et $(FF)_{16}$ en base 10.
2. Convertir 200 en base 16.
3. Sur un site web, une couleur s'écrit $\#FF8000$ : les trois paires indiquent le rouge, le vert et le bleu (de 0 à 255). Donner ces trois valeurs.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 14

1. Convertir en nombres romains : 1 449 et 3 888.
2. Convertir en écriture décimale : CDXCIV.
3. Pourquoi le système romain n'est-il pas pratique pour poser des additions ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 15

Les Mayas comptaient en base 20. On écrit un nombre maya sous la forme $(a; b; c)_{20}$, où $c$ est le chiffre des unités, $b$ celui des « vingtaines » et $a$ celui des « quatre-centaines ».

1. Convertir $(1; 5; 12)_{20}$ en base 10.
2. Convertir 2 026 en base 20.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 16

1. Convertir $(157)_8$ (base 8, dite octale) en base 10.
2. Sous Linux, les droits d'un fichier s'écrivent avec trois chiffres octaux, par exemple 755. Chaque chiffre s'écrit en binaire sur 3 bits correspondant à : lecture ($r$), écriture ($w$), exécution ($x$). Traduire 755 en binaire puis en droits.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 17

Les Babyloniens écrivaient les nombres en base 60. Une tablette célèbre (YBC 7289) donne une approximation de $\sqrt{2}$ :

$$1;24,51,10 = 1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3}$$

1. Calculer la valeur décimale de cette approximation (à $10^{-6}$ près).
2. Comparer avec $\sqrt{2} \approx 1{,}414214$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 18

Effectuer les opérations suivantes directement en base 2, puis vérifier en base 10 :

1. $(1011)_2 + (111)_2$
2. $(1101)_2 \times (11)_2$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 19

En levant ou baissant chacun de ses doigts, on peut compter en binaire (doigt levé = 1, doigt baissé = 0).

1. Jusqu'à quel nombre peut-on compter avec une main (5 doigts) ?
2. Et avec les deux mains (10 doigts) ?
3. Combien de doigts faut-il au minimum pour compter jusqu'à 2 026 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 20

Dans une base $b$ inconnue, on a l'égalité $(121)_b = 49$.

1. Écrire $(121)_b$ en fonction de $b$.
2. Trouver $b$.
3. Que vaut $(121)_b$ dans n'importe quelle base ? Le justifier.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 21

En base 2, écris 13 avec les poids 8, 4, 2 et 1.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 22

Convertis 10110 de la base 2 à la base 10.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 23

Convertis 304 de la base 5 à la base 10.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 24

Convertis 34 de la base 10 à la base 3.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

### Exercice 25

Additionne les nombres binaires 101 et 11. Garde le résultat en binaire.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

### Exercice 26

Le chiffre 6 peut-il apparaître dans un nombre écrit en base 6 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

### Exercice 27

En base entière $b \geq 2$, quelle est la valeur décimale du nombre écrit 10 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

### Exercice 28

Convertis 31 de la base 10 à la base 16, avec $A = 10$ à $F = 15$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

### Exercice 29

Quel est l'effet sur la valeur si on ajoute un zéro à droite de 23 en base 5 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

### Exercice 30

Convertis les nombres 17 et 20 de la base 8 à la base 10. De combien diffèrent-ils ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site