Multiples et diviseurs — Exercices Physique 9e HarmoS

Exercice 1

On considère le nombre à quatre chiffres $N = \overline{5a4b}$, où a est le chiffre des centaines et b celui des unités.

1. Trouver toutes les paires $(a; b)$ pour lesquelles N est divisible à la fois par 5 et par 9.
2. Parmi ces nombres, lequel est en plus divisible par 4 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Justification et application des critères de divisibilité :

1. En écrivant tout entier $N = 100q + r$ (où $r = \overline{du}$ est le nombre formé par ses deux derniers chiffres), expliquer pourquoi N est divisible par 4 si et seulement si $\overline{du}$ est divisible par 4.
2. À l'aide du **critère de divisibilité par** 11 (différence entre la somme des chiffres de rang impair et la somme des chiffres de rang pair), vérifier si $M = 84\,915$ est divisible par 11.
3. Par quel chiffre faut-il remplacer le chiffre des dizaines (1) dans $M = 84\,915$ pour que le nombre obtenu soit divisible par 11 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

1. Dresser la liste complète et ordonnée de tous les **diviseurs de** 72 et de tous les **diviseurs de** 108.
2. En déduire tous les **diviseurs communs** à 72 et 108, puis préciser leur PGDC.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

1. Utiliser l'**algorithme d'Euclide** (par divisions euclidiennes successives) pour calculer le PGDC$(1\,071; 462)$.
2. En déduire la forme irréductible de la fraction $\frac{462}{1\,071}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Un laboratoire de physique possède un sol rectangulaire de 630 **cm** de longueur sur 495 **cm** de largeur. On souhaite le recouvrir entièrement à l'aide de **dalles carrées identiques** de côté entier c (en cm), sans aucune découpe et en utilisant les dalles **les plus grandes possibles**.

1. Quelle doit être la longueur c du côté d'une dalle ?
2. Combien de dalles faudra-t-il commander au total ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Sur un banc d'optique automatisé, deux balises lumineuses clignotent périodiquement :

- la balise **rouge** s'allume toutes les 18 **secondes** ;
- la balise **bleue** s'allume toutes les 24 **secondes** ;
- une troisième balise **verte** s'allume toutes les 30 **secondes**.

À 14 h 00 min 00 s, les trois balises s'allument ensemble.

1. Au bout de combien de secondes les trois balises se rallumeront-elles simultanément pour la prochaine fois ?
2. Quelle heure sera-t-il exactement à cet instant ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Engrenages : Un mécanisme d'horlogerie est composé de deux roues dentées qui s'engrènent :

- la petite roue A possède 28 **dents** ;
- la grande roue B possède 42 **dents**.

Au départ, on trace un repère rouge sur deux dents en contact.

1. Combien de dents doivent défiler au point de contact pour que les deux repères rouges se retrouvent exactement face à face pour la première fois ?
2. Combien de **tours complets** chaque roue aura-t-elle effectués à ce moment-là ?
3. On ajoute une troisième roue C de 35 **dents** engrenée avec B. Au bout de combien de tours de A, B et C les trois repères alignés au départ reviennent-ils simultanément en position initiale ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Alignement de satellites : Trois satellites d'observation S_1, S_2 et S_3 tournent autour de la Terre dans le même plan équatorial et dans le même sens, avec des périodes orbitales respectives de :

- $T_1 = 90$ minutes pour S_1 ;
- $T_2 = 120$ minutes pour S_2 ;
- $T_3 = 150$ minutes pour S_3.

À l'instant $t = 0$, les trois satellites sont parfaitement alignés au-dessus d'une même station au sol.

1. Au bout de combien de **minutes**, puis d'**heures**, les trois satellites retrouveront-ils **exactement ce même alignement au-dessus de la station** ?
2. Combien de révolutions complètes chaque satellite aura-t-il accomplies durant cet intervalle ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Un collectionneur range ses billes de verre (il en possède entre 220 **et** 300).

- S'il les regroupe par 6, il lui en reste 5.
- S'il les regroupe par 8, il lui en reste 7.
- S'il les regroupe par 9, il lui en reste 8.

Combien de billes possède-t-il exactement ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

On rappelle la propriété fondamentale liant deux entiers naturels non nuls a et b :

$$\text{PGDC}(a;b) \times \text{PPMC}(a;b) = a \times b$$

1. Vérifier cette formule pour $a = 24$ et $b = 36$.
2. Deux entiers naturels a et b (avec $a < b$) ont pour $\text{PGDC}(a;b) = 12$ et pour $\text{PPMC}(a;b) = 360$. Retrouver **tous les couples** $(a;b)$ **possibles**.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Critère de divisibilité par 7 : on écrit $N = 10a + b$ où b est le chiffre des unités. Alors N est divisible par 7 si et seulement si $a - 2b$ est divisible par 7.

Tester ce critère sur 343, 1 001, 2 023 et 524.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

1. Calculer PGDC$(1\,260 ; 924)$ à l'aide de l'algorithme d'Euclide.
2. En déduire la fraction irréductible égale à $\frac{924}{1\,260}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Deux roues dentées s'engrènent : la roue A a 36 dents et la roue B en a 48. On marque d'un point rouge les deux dents en contact au départ.

1. Après combien de dents engrenées les deux points rouges se retrouvent-ils en contact pour la première fois ?
2. Combien de tours chaque roue a-t-elle alors effectués ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Deux pendules oscillent : le premier a une période de 1,2 s, le second de 1,8 s. On les lâche en même temps depuis la même position.

1. Au bout de combien de temps repasseront-ils ensemble par leur position de départ ?
2. Combien d'oscillations chacun aura-t-il effectuées ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

1. Montrer que le produit de deux entiers consécutifs $n(n+1)$ est toujours pair.
2. Montrer que le produit de trois entiers consécutifs $n(n+1)(n+2)$ est toujours divisible par 6.
3. Vérifier sur $n = 7$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Problème chinois (Sunzi, IIIe siècle) : un général compte ses soldats.

- Rangés par 3, il en reste 2.
- Rangés par 5, il en reste 3.
- Rangés par 7, il en reste 2.

1. Trouver le plus petit nombre de soldats possible.
2. Sachant qu'il y a entre 100 et 200 soldats, combien sont-ils ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Trouver tous les nombres de deux chiffres égaux à 4 fois la somme de leurs chiffres.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

1. Montrer que tous les nombres 9, 99, 999, 9 999, … (de la forme $10^n - 1$) sont divisibles par 9.
2. Montrer que tous les nombres 12, 102, 1 002, 10 002, … (de la forme $10^n + 2$) sont divisibles par 3 et par 2, donc par 6.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

En Amérique du Nord, certaines cigales passent 13 ans ou 17 ans sous terre avant d'émerger toutes ensemble.

1. Si une espèce de 13 ans et une espèce de 17 ans émergent la même année, dans combien d'années émergeront-elles de nouveau en même temps ?
2. Un prédateur a un cycle de vie de 2, 3, 4 ou 6 ans. Montrer que, si les cigales avaient un cycle de 12 ans, elles rencontreraient ce prédateur à chaque émergence.
3. Avec un cycle de 13 ans, tous les combien d'années rencontreraient-elles un prédateur au cycle de 4 ans ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

1. Combien de diviseurs possède 144 ?
2. Quel est le plus petit entier qui possède exactement 6 diviseurs ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Trouve les multiples communs de 4 et 6 entre 181 et 205, bornes incluses.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Donne tous les diviseurs positifs de 36.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Remplace l'unité de 1141 pour rendre le nombre divisible par 9. Donne toutes les possibilités.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Sans effectuer la division, décide si 18128 est divisible par 4 et s'il est divisible par 8.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Un paquet de 120 cartes doit être partagé entre 29 élèves en parts égales. Combien de cartes restent après avoir donné le maximum à chacun ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Énumère les paires de dimensions entières d'un rectangle de 120 cm^2, à rotation près.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Le nombre 365 peut-il être à la fois multiple de 5 et multiple de 10 ? Justifie.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Un nombre laisse un reste de 2 quand on le divise par 36. Quel est son reste si on lui ajoute 71 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Trouve le plus petit multiple de 7 strictement supérieur à 123.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Un entier est divisible par 36 et par 5. Doit-il être divisible par 180 ? Donne une justification.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site