Casse-têtes — Exercices Physique 9e HarmoS

Exercice 1

On prend un échiquier classique de $8 \times 8 = 64$ cases et l'on découpe deux cases situées à deux **coins opposés** (par exemple le coin en haut à gauche et le coin en bas à droite). Il reste donc 62 cases.

Est-il possible de recouvrir exactement ces 62 cases restantes à l'aide de 31 **dominos** de dimension 2×1 sans qu'aucun domino ne dépasse ni ne chevauche un autre ? Justifier rigoureusement.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

On considère un carré de côté 4 cm formé de 16 petits carrés de 1×1 cm, auquel on retire un carré de 2×2 cm dans un coin, ce qui forme un **grand « L »** composé de trois carrés de 2×2 cm.

1. Quelle est l'aire totale de ce « L » ?
2. Comment découper ce grand « L » en 4 **pièces exactement identiques** (superposables par rotation ou translation) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Le paradoxe de Lewis Carroll : On découpe un carré de côté 8 cm (aire 64 cm^2) en 4 pièces :

- deux triangles rectangles identiques de côtés perpendiculaires 3 cm et 8 cm ;
- deux trapèzes rectangles identiques de bases 3 cm et 5 cm et de hauteur 5 cm.

En réassemblant ces 4 pièces, on semble former un rectangle de 5 cm sur 13 cm, dont l'aire vaut $5 \times 13 = 65$ cm^2 !

Expliquer rigoureusement d'où vient ce 1 **cm^2 supplémentaire** apparent.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Un tournoi d'échecs réunit 12 **joueurs**. Chaque joueur doit affronter **une seule fois** chacun des autres joueurs.

1. Combien de parties au total seront jouées durant le tournoi ?
2. Quel est le lien entre ce problème et le nombre de diagonales d'un polygone convexe à 12 côtés (un dodécagone) ? En déduire le nombre de diagonales d'un dodécagone.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Sur un plan quadrillé rectangulaire de 4 **pas vers l'Est** et 3 **pas vers le Nord**, un robot part du coin Sud-Ouest $A(0;0)$ pour rejoindre le coin Nord-Est $B(4;3)$.

Le robot ne peut se déplacer que d'**un pas vers l'Est** ou d'**un pas vers le Nord** (il effectue donc toujours un plus court chemin de longueur 7 pas).

Combien de chemins différents le robot peut-il emprunter pour aller de A à B ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Sur un mini-échiquier de 4×4 **cases**, on veut placer 4 **reines** de sorte qu'aucune reine ne puisse en attaquer une autre (c'est-à-dire jamais deux reines sur une même ligne, une même colonne ou une même diagonale).

1. Expliquer pourquoi il n'existe aucune solution si l'on place une reine dans un coin (par exemple en haut à gauche).

2. Trouver les 2 **dispositions valides** possibles sur l'échiquier 4×4.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

On souhaite dessiner une **enveloppe ouverte** (un rectangle $ABCD$ dont on trace les deux diagonales AC et BD, surmonté sur son côté supérieur $[AB]$ d'un triangle ABE constituant le rabat ouvert) **d'un seul trait continu sans lever le crayon et sans repasser deux fois sur le même segment**.

1. Compter le **degré** (nombre de segments aboutissant au sommet) de chacun des 5 sommets A, B, C, D, E.
2. D'après le théorème d'Euler sur les graphes, le tracé d'un seul trait est-il possible ? Si oui, par quel(s) sommet(s) faut-il obligatoirement commencer et finir ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Un **L-tromino** est une pièce formée de 3 carreaux carrés disposés en « L ». On dispose d'une grille carrée de 4×4 **cases** dont on a retiré une case quelconque (par exemple la case de la 2^{e} ligne, 2^{e} colonne).

1. Vérifier que le nombre de cases restantes est un multiple de 3.
2. Expliquer la méthode générale « diviser pour régner » qui permet de paver **n'importe quelle** grille 4×4 privée d'une case par des L-trominos, puis donner explicitement un pavage pour la case $(2, 2)$ manquante.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

On trace un grand triangle ABC. Depuis le sommet A, on trace 3 **segments** intérieurs qui joignent A à 3 points distincts du côté opposé $[BC]$. De plus, on trace 2 **segments** parallèles à (BC) qui coupent le grand triangle horizontalement à deux hauteurs différentes.

Combien de **triangles** au total (petits, moyens et grands) contient cette figure ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

On souhaite placer 8 **tours** d'échecs sur un échiquier 8×8 de sorte qu'aucune tour ne puisse en prendre une autre (ni sur une même ligne, ni sur une même colonne).

1. Combien de configurations différentes existe-t-il au total ?
2. On impose maintenant que **toutes les cases blanches de la grande diagonale principale** (allant du coin en haut à gauche au coin en bas à droite) restent vides. Quelle méthode simple permet de trouver un placement valide ? Donner un exemple.
3. À l'aide du **principe des tiroirs**, montrer que si l'on place 9 jetons quelconques dans une grille 4×4 découpée en 4 carrés 2×2, au moins un carré 2×2 contient au moins 3 **jetons**.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Compléter le carré magique ci-dessous avec les nombres de 1 à 9 (chacun une seule fois), sachant que les sommes de chaque ligne, colonne et diagonale sont égales :

2	7	
	5	
		8

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Combien de carrés (de toutes tailles) peut-on compter dans une grille de 4×4 petits carrés ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Dans une année **non bissextile**, le 1^{er} mars tombe un lundi.

Quel jour de la semaine sera le 1^{er} décembre de la même année ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Nina dit : « Dans 5 ans, j'aurai le double de l'âge que j'avais il y a 10 ans. »

Quel âge a Nina ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Un escargot est au fond d'un puits de 10 m. Chaque jour, il grimpe de 3 m, mais chaque nuit, il glisse de 2 m.

Au bout de combien de jours sortira-t-il du puits ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

AB désigne un nombre de deux chiffres (A chiffre des dizaines, B chiffre des unités) et BA le nombre obtenu en inversant les chiffres. On sait que :

$$AB + BA = 121 \qquad \text{et} \qquad AB - BA = 27$$

Trouver le nombre AB.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

On découpe une crêpe ronde avec des coupes rectilignes (sans déplacer les morceaux).

1. Quel est le nombre maximal de morceaux avec 1, 2 puis 3 coupes ?
2. Observer comment le nombre de morceaux augmente et en déduire le maximum avec 4 puis 5 coupes.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

On veut paver un rectangle de 2 cases de haut et n cases de long avec des dominos de 2 cases (posés horizontalement ou verticalement).

1. Combien y a-t-il de pavages pour $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$?
2. Expliquer pourquoi le nombre de pavages pour n est la somme des nombres de pavages pour $n - 1$ et $n - 2$.
3. En déduire le nombre de pavages pour $n = 4$ et $n = 6$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Quatre randonneurs doivent traverser un pont de nuit. Le pont ne supporte que 2 personnes à la fois, et ils n'ont qu'**une seule lampe**, indispensable pour traverser (il faut la rapporter). Ils mettent respectivement 1, 2, 5 et 10 minutes pour traverser ; à deux, ils avancent à la vitesse du plus lent.

Trouver une stratégie qui permet à tout le groupe de traverser en 17 minutes.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Trois boîtes contiennent l'une des pommes, l'autre des oranges et la troisième un mélange de pommes et d'oranges. Elles portent les étiquettes « Pommes », « Oranges » et « Mélange », mais **toutes les étiquettes sont fausses**.

En ne tirant qu'**un seul fruit** d'une seule boîte (sans regarder dedans), comment rétablir les bonnes étiquettes ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Un damier de 10 par 10 cases perd une case. Peut-on couvrir le reste exactement avec des dominos de deux cases ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Insère les signes $+$, $-$ ou $\times$ pour faire 23 avec, dans l'ordre, 5, 4, 2 et 1.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Avec les chiffres 1, 2 et 5 utilisés une fois par nombre, donne la plus grande différence entre deux nombres de trois chiffres.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Un cube peint sur ses faces est découpé en $5 \times 5 \times 5$ petits cubes. Combien ont trois faces peintes ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Apparie les nombres de 1 à 10 pour que toutes les paires aient la même somme.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Combien de carrés de 2×2 cases contient une grille de 5×5 cases ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Un escargot monte de 5 m par jour et redescend de 3 m par nuit. Quand sort-il d'un puits de 11 m ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Deux pages en vis-à-vis ont des numéros consécutifs qui totalisent 45. Quels numéros ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Une suite commence par 5, 7, 11, 17 et ajoute des nombres pairs consécutifs. Trouve le terme suivant.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Peut-on écrire 11 comme somme de quatre entiers impairs ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site