Intersections — Exercices Physique 10e HarmoS

Exercice 1

Règles des sections planes dans un polyèdre : On coupe un cube $ABCDEFGH$ par un plan $\mathcal{P}$.

1. Expliquer pourquoi la section d'un polyèdre par un plan est toujours un **polygone**, et pourquoi lorsque deux faces du cube sont parallèles (comme $ABCD$ et $EFGH$), leurs intersections avec $\mathcal{P}$ sont nécessairement des **segments parallèles**.
2. Combien de côtés au minimum et au maximum peut posséder la section plane d'un cube ? Justifier.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Section rectangulaire d'un cube : On considère un cube $ABCDEFGH$ d'arête $a = 6$ cm (face inférieure $ABCD$, face supérieure $EFGH$ avec E au-dessus de A, etc.). On coupe ce cube par le plan passant par l'arête supérieure $[EF]$ et l'arête inférieure opposée $[CD]$.

1. Quelle est la nature exacte de la section plane $EFCD$?
2. Calculer ses dimensions exactes, son **périmètre** et son **aire** (en fonction de $\sqrt{2}$, puis arrondis au dixième).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Section triangulaire équilatérale d'un cube : Dans un cube $ABCDEFGH$ d'arête $a = 8$ cm, on coupe le solide par le plan passant par les trois sommets B**,** D **et** E (où E est au-dessus de A).

1. Quelle est la nature exacte du triangle BDE ? Calculer la longueur de ses côtés.
2. Calculer l'**aire exacte** de la section BDE (rappel : la hauteur d'un triangle équilatéral de côté c vaut $\frac{c\sqrt{3}}{2}$).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Section trapézoïdale dans un cube : Soit un cube $ABCDEFGH$ d'arête $a = 8$ cm (face supérieure $EFGH$ au-dessus de $ABCD$). On note I le milieu de $[EF]$ et J le milieu de $[FG]$.

On coupe le cube par le plan passant par les quatre points A, C, J, I.

1. Justifier que ces quatre points sont bien **coplanaires** et forment un **trapèze isocèle**.
2. Calculer les longueurs exactes des quatre côtés de la section $ACJI$, puis son périmètre.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Section hexagonale régulière d'un cube : Dans un cube $ABCDEFGH$ d'arête $a = 6$ cm, on marque les **milieux des** 6 **arêtes** suivantes :

- M_1 milieu de $[AB]$, M_2 milieu de $[BC]$;
- M_3 milieu de $[CG]$, M_4 milieu de $[GH]$;
- M_5 milieu de $[HE]$, M_6 milieu de $[EA]$.

1. Calculer la longueur de chaque côté $M_1M_2, M_2M_3, \ldots, M_6M_1$.
2. Expliquer pourquoi ces 6 points sont coplanaires (ils appartiennent tous au plan médiateur de la grande diagonale $[DF]$!).
3. En déduire la nature exacte de la section plane $M_1M_2M_3M_4M_5M_6$ et calculer son **aire exacte**.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Section pentagonale dans un cube (méthode des traces) : Soit un cube $ABCDEFGH$ d'arête 6 cm (base $ABCD$ au sol, $EFGH$ au plafond avec E au-dessus de A, F au-dessus de B, etc.). On coupe ce cube par le plan $\mathcal{P}$ passant par :

- I, milieu de $[AB]$;
- J, milieu de $[BC]$;
- K, milieu de l'arête verticale $[DH]$.

1. Dans le plan de la base $ABCD$, on prolonge la droite (IJ) jusqu'à couper le prolongement de l'arête (DA) au point P et le prolongement de (DC) au point Q. Calculer les longueurs PA et QC.
2. La droite (PK) appartient à la face arrière-gauche $ADHE$ et coupe l'arête verticale $[AE]$ en L ; de même (QK) coupe l'arête $[CG]$ en M. Par le théorème de Thalès, calculer les hauteurs AL et CM.
3. Le plan coupe-t-il la face supérieure $EFGH$? En déduire la nature précise de la section plane $IJMKL$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Section d'un prisme droit et d'un cylindre :

1. On coupe un **cylindre de révolution** de rayon $R = 5$ cm et de hauteur $h = 12$ cm :
   - par un plan parallèle à ses bases ;
   - par un plan parallèle à son axe passant à une distance $d = 3$ cm de l'axe. Préciser la nature et les dimensions exactes de chacune de ces deux sections.
2. On coupe un **prisme droit à base hexagonale régulière** de côté 4 cm par un plan parallèle à sa base. Quelle est l'aire exacte de cette section ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Section d'une pyramide parallèlement à sa base (réduction / homothétie) : Une pyramide régulière $SABCD$ a une base carrée de côté 10 cm et une hauteur $SO = 15$ cm.

On coupe cette pyramide par un plan parallèle à la base situé à 6 **cm du sommet** S (donc à 9 cm au-dessus de la base $ABCD$).

1. Quel est le **rapport de réduction** k de la petite pyramide supérieure par rapport à la grande pyramide ?
2. Calculer le **côté** et l'**aire** de la section carrée $A'B'C'D'$.
3. Calculer le volume de la petite pyramide supérieure, puis celui du **tronc de pyramide** restant en bas.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Section pentagonale passant par un sommet : Dans un cube $ABCDEFGH$ d'arête $a = 6$ cm ($EFGH$ au-dessus de $ABCD$), on note M le milieu de $[BC]$ et N le milieu de $[CD]$.

On coupe le cube par le plan passant par le sommet supérieur E et par les deux milieux M et N.

1. Dans le plan de la base $ABCD$, prolonger la droite (MN) jusqu'à couper le prolongement de (AB) en P et le prolongement de (AD) en Q. Calculer BP et DQ.
2. La droite (EP) coupe l'arête $[BF]$ en R, et la droite (EQ) coupe l'arête $[DH]$ en S. Par le théorème de Thalès, calculer les hauteurs BR et DS.
3. En déduire la nature du polygone $ERMNS$ et calculer son **périmètre exact**.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Intersection de plans dans un tétraèdre régulier : Soit $ABCD$ un tétraèdre régulier dont toutes les arêtes mesurent 8 cm. On place les milieux I, J, K, L des arêtes respectives $[AB], [AC], [CD]$ et $[BD]$.

1. En appliquant le théorème des milieux dans les faces triangulaires du tétraèdre, démontrer que le quadrilatère $IJKL$ est un **carré**.
2. Calculer l'aire de cette section carrée $IJKL$, et expliquer pourquoi le plan $(IJKL)$ coupe le tétraèdre en deux morceaux de **volumes égaux**.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Un cylindre de rayon $R = 5$ cm et de hauteur 10 cm est coupé par un plan parallèle à son axe, situé à 3 cm de cet axe.

1. Quelle est la nature de la section ?
2. Calculer ses dimensions et son aire.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Une boule de rayon 10 cm est coupée par un plan situé à 6 cm de son centre.

1. Quelle est la nature de la section ?
2. Calculer son rayon et son aire (valeur exacte et arrondi).
3. À quelle distance du centre faut-il couper pour obtenir un cercle de rayon 5 cm ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Une pyramide régulière a une base carrée de côté 8 cm et une hauteur de 12 cm. On la coupe par un plan parallèle à la base, à mi-hauteur.

1. Quelle est la nature et la dimension de la section ?
2. Calculer le volume de la grande pyramide et celui de la petite pyramide obtenue au sommet.
3. Quelle fraction du volume la petite pyramide représente-t-elle ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Un cône de révolution a un rayon de base de 6 cm et une hauteur de 12 cm. On le coupe par un plan parallèle à la base, à 4 cm du sommet.

1. Calculer le rayon de la section.
2. Calculer l'aire de la section.
3. Quel est le rapport entre l'aire de la section et l'aire de la base ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Dans un cube $ABCDEFGH$ d'arête 6 cm (face inférieure $ABCD$, E au-dessus de A, F au-dessus de B, etc.), on coupe par le plan contenant les arêtes $[AB]$ et $[GH]$.

1. Quelle est la nature de la section $ABGH$?
2. Calculer ses dimensions et son aire (au dixième).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Dans un cube $ABCDEFGH$ ($ABCD$ en bas, $EFGH$ en haut, E au-dessus de A), préciser la position relative des droites suivantes (parallèles, sécantes ou non coplanaires) :

1. (AB) et (GH)
2. (AB) et (BF)
3. (AB) et (CG)
4. (AC) et (EG)

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Un tétraèdre régulier $ABCD$ a toutes ses arêtes de 6 cm.

1. On le coupe par le plan passant par les milieux des arêtes $[AB]$, $[AC]$ et $[AD]$. Décrire la section.
2. On le coupe par le plan passant par les milieux de $[AB]$, $[AC]$, $[DC]$ et $[DB]$. Montrer que la section est un losange, puis admettre que c'est un carré. Calculer son périmètre.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

On coupe un cube d'arête 6 cm par le plan passant par les milieux des trois arêtes issues d'un même sommet.

1. Quelle est la nature de la section ? Calculer la longueur de ses côtés.
2. Calculer le volume du petit coin détaché.
3. Quelle fraction du volume du cube représente-t-il ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

On coupe un cône de révolution par différents plans. Décrire la courbe obtenue :

1. Le plan est parallèle à la base.
2. Le plan est légèrement incliné et coupe toutes les génératrices.
3. Le plan est parallèle à une génératrice.
4. Le plan est vertical et passe par le sommet.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

On assimile la Terre à une boule de rayon 6 370 km. Un parallèle (cercle de latitude) est la section de la Terre par un plan perpendiculaire à l'axe des pôles.

1. Le parallèle passant par la Suisse est dans un plan situé à environ 4 560 km du centre de la Terre. Calculer son rayon (au km près).
2. Calculer la longueur de ce parallèle (au km près).
3. Le 60^{e} parallèle est à 5 517 km du centre. Calculer son rayon. Que remarque-t-on ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Un plan horizontal coupe un cube posé sur une face, sans passer par une arête. Quelle est la section ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Un pavé à base rectangulaire est coupé par un plan vertical passant par une diagonale complète de la base. Quelle est la section ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Un plan parallèle à la base traverse un cylindre droit. Quelle figure forme la section du cylindre plein ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Un plan passant par l'axe d'un cylindre droit coupe-t-il celui-ci suivant un disque ? Quelle figure donne-t-il ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Une pyramide est coupée par un plan parallèle à la base à mi-hauteur. Quel est le rapport des longueurs de la section à la base ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Deux plans distincts, non parallèles, dans l'espace peuvent-ils se croiser en un seul point ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Un plan coupe une sphère de rayon 5 cm à 3 cm de son centre. Quel est le rayon du cercle de section ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Une section plane traverse les trois arêtes issues d'un coin d'un cube et aucune autre. Combien de côtés a-t-elle ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Une droite est parallèle à un plan et a un point dans ce plan. Combien de points de la droite appartiennent au plan ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Un plan tangent à une sphère de rayon 8 cm est à quelle distance de son centre ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site