Fonctions au quotidien — Exercices Physique 10e HarmoS

Exercice 1

Fonction affine — Échelle de température (Celsius / Fahrenheit) : Aux États-Unis, la température T_F en degrés Fahrenheit (°F) est liée à la température T_C en degrés Celsius (°C) par la fonction affine :

$$f(x) = 1{,}8x + 32$$

1. Convertir en degrés Fahrenheit la température de fusion de la glace (0°C), la température d'un corps sain (37°C) et la température d'ébullition de l'eau (100°C).
2. Exprimer la fonction réciproque T_C en fonction de T_F, puis convertir 68°F en °C.
3. Existe-t-il une température pour laquelle les deux thermomètres affichent **exactement le même nombre** ($f(x) = x$) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Fonction linéaire et affine — Étude d'un ressort (loi de Hooke) : On suspend différentes masses m (en grammes) à un ressort vertical et l'on mesure la **longueur totale** $L(m)$ (en cm) du ressort :

- à vide ($m = 0$ g) : $L(0) = 12{,}0$ cm ;
- avec $m = 100$ g : $L(100) = 14{,}5$ cm ;
- avec $m = 200$ g : $L(200) = 17{,}0$ cm.

1. Vérifier que $L(m)$ est une **fonction affine** et trouver son expression $L(m) = a \cdot m + b$ (dans la limite d'élasticité).
2. Que représente concrètement le coefficient a ? et le terme b ?
3. Quelle masse faut-il suspendre pour que le ressort atteigne une longueur totale de 22,0 cm ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Fonction quadratique — Chute libre d'un objet : En négligeant les frottements de l'air, la distance d (en mètres) parcourue par une pierre lâchée sans vitesse initiale du haut d'une falaise en fonction du temps t (en secondes) est modélisée par la fonction :

$$d(t) = 5t^2$$

1. Calculer la distance parcourue après 1 s, 2 s, 3 s et 4 s. La distance est-elle proportionnelle au temps ?
2. On lâche la pierre dans un puits profond et l'on entend l'impact au fond après $t = 3{,}2$ s (en négligeant le temps de remontée du son). Quelle est la profondeur du puits ?
3. Combien de temps met une goutte d'eau pour tomber d'une falaise haute de 125 m ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Fonction quadratique — Distance d'arrêt d'un véhicule : Sur route sèche, la distance d'arrêt totale D (en mètres) d'une voiture roulant à la vitesse v (en km/h) est modélisée par :

$$D(v) = 0{,}28\,v + 0{,}005\,v^2$$

où $0{,}28\,v$ correspond à la distance parcourue pendant le *temps de réaction* (≈ 1 s) et $0{,}005\,v^2$ à la *distance de freinage*.

1. Calculer la distance d'arrêt totale à 50 **km/h** (en ville) et à 100 **km/h** (sur route/autoroute).
2. Lorsque la vitesse passe de 50 km/h à 100 km/h (elle double), par quel facteur est multipliée la distance de freinage ? Et la distance d'arrêt totale ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Fonction inverse — Loi des gaz parfaits (Boyle–Mariotte) : À température constante, la pression P (en bar) d'une certaine quantité d'air enfermée dans une seringue varie en fonction du volume V (en mL) selon la relation :

$$P(V) = \frac{60}{V}$$

1. Quelle est la pression lorsque le piston est placé à $V = 60$ mL (pression atmosphérique normale) ?
2. Compléter le tableau de valeurs pour $V \in \{15; 20; 30; 40; 120\}$ mL.
3. Quel volume faut-il atteindre pour que la pression monte à 5,0 bar ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Fonction trigonométrique — La grande roue : Une grande roue de fête foraine a un rayon de $R = 20$ m, et son centre se trouve à 22 m au-dessus du sol. Elle tourne à vitesse constante et effectue un tour complet en 60 **secondes**.

Un passager monte tout en bas à l'instant $t = 0$ s. Son altitude $h(t)$ (en mètres) est modélisée par la fonction trigonométrique :

$$h(t) = 22 - 20\cos\left(6^\circ \cdot t\right)$$

(où l'angle $6^\circ \cdot t$ est exprimé en degrés).

1. Calculer la hauteur du passager à $t = 0$ s, $t = 15$ s, $t = 30$ s et $t = 45$ s. *(Rappels :* $\cos(0^\circ) = 1$, $\cos(90^\circ) = 0$, $\cos(180^\circ) = -1$, $\cos(270^\circ) = 0$.*)*
2. À quels instants précis (entre 0 et 60 s) le passager se trouve-t-il à 32 **m** au-dessus du sol ? *(On donne* $\cos(120^\circ) = \cos(240^\circ) = -0{,}5$.*)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Fonction trigonométrique — Les marées dans un port : Dans un port de l'Atlantique, la hauteur d'eau $H(t)$ (en mètres) en fonction du temps t (en heures, avec $t = 0$ à minuit) est modélisée approximativement par :

$$H(t) = 4{,}5 + 2{,}5\sin\left(30^\circ \cdot t\right)$$

1. Quelle est la **période** T de cette marée (durée complète pour que l'angle augmente de 360°) ?
2. Quelles sont la **hauteur maximale** (marée haute) et la **hauteur minimale** (marée basse) de l'eau dans le port ?
3. Un bateau nécessitant au moins 5,75 **m** d'eau peut-il entrer dans le port entre 0 h et 12 h ? Préciser l'intervalle horaire autorisé *(on rappelle* $\sin(30^\circ) = \sin(150^\circ) = 0{,}5$*)*.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Fonction trigonométrique — Ombre et hauteur du Soleil : En un lieu donné, un mât vertical de hauteur $h = 6{,}0$ m projette sur le sol horizontal une ombre de longueur $L = \frac{h}{\tan(\alpha)}$, où α est l'angle d'élévation du Soleil au-dessus de l'horizon.

Valeurs utiles : $\tan(30^\circ) = \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0{,}577$; $\tan(45^\circ) = 1$; $\tan(60^\circ) = \sqrt{3} \approx 1{,}732$.

1. Calculer la longueur L de l'ombre du mât pour $\alpha = 30^\circ$, 45° et 60°.
2. Que devient L lorsque le Soleil est tout près de l'horizon ($\alpha \to 0^\circ$) ? Et s'il était au zénith ($\alpha = 90^\circ$) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Fonction par paliers — Coût d'un envoi postal et parking : Un parking souterrain applique la tarification suivante (toute demi-heure commencée est due) :

- de 0 à 30 min inclus : **gratuit** (0 CHF) ;
- puis 1,50 **CHF** par tranche de 30 min commencée, plafonné à 12,00 **CHF** maximum par jour.

1. Calculer le prix payé pour un stationnement de 25 min, 45 min, 2 h 10 min et 6 h 00.
2. À partir de quelle durée de stationnement atteint-on le plafond journalier de 12,00 CHF ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Fonction exponentielle par doublements/divisions (demi-vie radioactive) : Un échantillon médical contient initialement $N_0 = 800$ millions de noyaux radioactifs d'iode-131, dont la **période (demi-vie)** vaut $T = 8$ jours : tous les 8 jours, la quantité restante est divisée par 2.

Le nombre de noyaux restants après t jours est donné par la fonction :

$$N(t) = 800 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{t/8}$$

1. Calculer $N(t)$ pour $t = 0$, 8, 16, 24 et 32 jours.
2. Au bout de combien de jours restera-t-il moins de 10 millions de noyaux ? *(Donner le multiple de 8 jours juste supérieur, ou encadrer entre deux multiples de 8 jours.)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Un fournisseur d'électricité facture un abonnement de 15 CHF par mois, plus 0,25 CHF par kWh consommé.

1. Exprimer le montant $f(x)$ de la facture mensuelle en fonction de la consommation x (en kWh). De quel type de fonction s'agit-il ?
2. Calculer la facture pour 320 kWh.
3. Quelle consommation maximale permet un budget de 100 CHF ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Deux agences louent une camionnette pour une journée :

- Agence A : 50 CHF + 0,40 CHF par km ;
- Agence B : 80 CHF + 0,20 CHF par km.

1. Exprimer les prix $A(x)$ et $B(x)$ en fonction du nombre x de km.
2. Pour quelle distance les deux tarifs sont-ils égaux ?
3. Quelle agence choisir pour un trajet de 250 km ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

On parcourt une distance de 120 km. La durée du trajet t (en heures) dépend de la vitesse moyenne v (en km/h).

1. Exprimer t en fonction de v. De quel type de fonction s'agit-il ?
2. Calculer la durée à 60, 80, 100 et 120 km/h.
3. Combien de minutes gagne-t-on en roulant à 120 km/h au lieu de 100 km/h ? Et à 80 au lieu de 60 km/h ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

On place 1 000 CHF sur un compte rémunéré à 2 % par an (intérêts composés : les intérêts sont ajoutés au capital chaque année).

1. Calculer le capital après 1 an, puis après 2 ans.
2. Exprimer le capital $C(n)$ après n années.
3. Calculer le capital après 10 ans (au centime).
4. Comparer avec des intérêts simples (20 CHF par an).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Une population de bactéries double toutes les 20 minutes. Au départ, il y en a 100.

1. Combien y en a-t-il après 1 heure ? Après 2 heures ?
2. Exprimer le nombre de bactéries $N(t)$ en fonction du nombre t de périodes de 20 min.
3. Au bout de combien de temps dépasse-t-on 100 000 bactéries ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

On lance une balle verticalement vers le haut. Sa hauteur (en m) après t secondes est $h(t) = 20t - 5t^2$.

1. Calculer $h(1)$, $h(2)$, $h(3)$ et $h(4)$.
2. Quelle est la hauteur maximale atteinte et à quel instant ?
3. Quand la balle retombe-t-elle au sol ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

L'indice de masse corporelle est $\text{IMC} = \frac{m}{T^2}$, où m est la masse en kg et T la taille en m.

On considère une personne de 1,70 m.

1. Exprimer l'IMC en fonction de la masse m. Quelle est la nature de cette fonction ?
2. Calculer l'IMC pour $m = 65$ kg (au dixième).
3. On considère qu'un IMC entre 18,5 et 25 correspond à une corpulence « normale ». Déterminer l'intervalle de masses correspondant (au kg près).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Pendant le temps de réaction d'un conducteur (environ 1 s), la voiture continue à rouler à vitesse constante.

1. Convertir 50 km/h et 120 km/h en m/s.
2. Exprimer la distance de réaction d_R (en m) en fonction de la vitesse v (en km/h).
3. Calculer d_R à 50 km/h et à 120 km/h.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

À 8 h, la batterie d'un téléphone est chargée à 100 %. À 11 h, elle n'est plus qu'à 64 %. On suppose que la décharge est régulière.

1. De combien de pourcents la batterie se décharge-t-elle par heure ?
2. Exprimer le niveau $B(t)$ en fonction du nombre d'heures t écoulées depuis 8 h.
3. À quelle heure la batterie sera-t-elle vide ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

L'intensité sonore perçue d'une source diminue avec la distance : elle est inversement proportionnelle au **carré** de la distance, $I(d) = \frac{k}{d^2}$.

À 1 m d'une enceinte, l'intensité vaut $I(1) = 100$ (unités arbitraires).

1. Déterminer k, puis calculer $I(2)$, $I(5)$ et $I(10)$.
2. Par combien l'intensité est-elle divisée quand on double la distance ?
3. À quelle distance l'intensité vaut-elle 1 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Une carte de transport coûte 12 CHF, plus 2,40 CHF par trajet. Écris le coût C pour n trajets et calcule C(5).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Un réservoir de 90 L se vide à 6 L/min. Donne la fonction volume avant vidange complète et sa durée de validité.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Une sonnette sonne toutes les 20 s à partir de t = 0. À quel instant sonne-t-elle pour la cinquième fois ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Une borne affiche la température absolue selon K(T) = T + 273,15, avec T en °C. Convertis −10 °C.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Un abonnement A facture 18 CHF fixes et 2 CHF par mois. B facture 6 CHF fixes et 5 CHF par mois. Après combien de mois les coûts sont-ils égaux ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Une masse est déduite d'un signal v par m(v) = 250v, en grammes. Quel signal correspond à 375 g ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Un enregistrement coûte 8 CHF par gigaoctet commencé. Quel prix pour 2,1 Go ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

À vitesse constante de 72 km/h, donne la distance parcourue en t minutes.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Une animation perd 2 % de son amplitude à chaque cycle, en partant de 100 unités. Quelle amplitude au bout de deux cycles ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Une sonde donne toujours une température supérieure de 2 °C à la valeur réelle. Écris la fonction qui donne la valeur réelle à partir de l'affichage x.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site