Transformations géométriques — Exercices Maths 9e HarmoS

Exercice 1

Indiquer le nombre exact d'**axes de symétrie** que possède chacune des figures géométriques suivantes :

1. Un triangle équilatéral.
2. Un triangle isocèle (non équilatéral).
3. Un rectangle (non carré).
4. Un losange (non carré).
5. Un carré.
6. Un parallélogramme quelconque.
7. Un cercle.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

1. Parmi les figures suivantes : *triangle équilatéral*, *rectangle*, *losange*, *parallélogramme quelconque*, *cercle*, lesquelles possèdent un **centre de symétrie** ?
2. Parmi les lettres majuscules suivantes : **H**, **A**, **Z**, **E**, **S**, **M**, **X**, lesquelles possèdent un centre de symétrie ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Dans un repère orthonormé, on place les points $A(3;4)$ et $B(-2;5)$.

1. Quelles sont les coordonnées de A' et B', symétriques respectifs de A et B par rapport à l'**axe des abscisses** (Ox) ?
2. Quelles sont les coordonnées de A'' et B'', symétriques respectifs de A et B par rapport à l'**axe des ordonnées** (Oy) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Dans un repère orthonormé, on considère les points $P(4;-3)$, $Q(-5;2)$ et $C(1;1)$.

1. Donner les coordonnées des images P' et Q' de P et Q par la symétrie centrale de centre $O(0;0)$.
2. Calculer les coordonnées du point P'', symétrique de P par rapport au point $C(1;1)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Une translation transforme le point $A(1;2)$ en $A'(5;-1)$.

1. Décrire le glissement associé à cette translation (déplacement horizontal et déplacement vertical).
2. Quelles sont les coordonnées du point B', image du point $B(-2;6)$ par cette même translation ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Dans un repère orthonormé de centre $O(0;0)$, on place le point $M(4;0)$.

1. Quelles sont les coordonnées du point M_1, image de M par la **rotation de centre O et d'angle $90°$ dans le sens antihoraire** ?
2. On applique à nouveau à M_1 la même rotation de $90°$ dans le sens antihoraire autour de O pour obtenir M_2. Donner les coordonnées de M_2.
3. À quelle autre transformation connue correspond le passage direct de M à M_2 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Soit $ABCDEF$ un hexagone régulier de centre O, dont les sommets sont rangés dans cet ordre dans le sens des aiguilles d'une montre (sens horaire).

1. Quel est l'angle de la rotation de centre O (dans le sens horaire) qui transforme A en B ?
2. Quel sommet est l'image de B par la rotation de centre O et d'angle $120°$ dans le sens horaire ?
3. Quel sommet est l'image de A par la symétrie centrale de centre O ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Un triangle ABC a pour côtés $AB = 5$ cm, $BC = 6$ cm et $AC = 7$ cm, et son angle $\widehat{BAC}$ mesure $57°$.

On construit son image $A'B'C'$ par une translation, puis on construit l'image $A''B''C''$ de $A'B'C'$ par une symétrie axiale.

Donner en justifiant : la longueur $B''C''$, le périmètre de $A''B''C''$ et la mesure de l'angle $\widehat{B''A''C''}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

On observe deux points M et M' sur une feuille :

1. Si l'on sait que M' est l'image de M par une **symétrie centrale** de centre I, comment retrouver précisément la position du centre I ?
2. Si l'on sait que M' est l'image de M par une **symétrie axiale** d'axe (d), quelle est la droite (d) par rapport au segment $[MM']$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Dans un repère orthonormé, un rectangle $ABCD$ a pour sommets $A(0;0)$, $B(3;0)$, $C(3;2)$ et $D(0;2)$.

1. On lui applique d'abord une **symétrie axiale** par rapport à la droite verticale passant par $x = 3$ (qui contient le côté $[BC]$). Quelles sont les coordonnées des images A', B', C', D' ?
2. On applique ensuite au rectangle $A'B'C'D'$ une **translation** de 2 unités vers le haut. Donner les coordonnées finales A'', B'', C'', D''.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Dans un repère orthonormé, on trace la droite horizontale (d) passant par tous les points d'ordonnée $y = 2$.

Déterminer les coordonnées des points A', B' et C', symétriques respectifs des points $A(3;5)$, $B(-1;2)$ et $C(4;-2)$ par la **symétrie axiale d'axe** (d).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Soit ABC un triangle non aplati et I le milieu du côté $[BC]$. On construit le point A', image du sommet A par la **symétrie centrale de centre** I.

1. Que représente le point I pour le segment $[AA']$?
2. Quelle est la nature exacte du quadrilatère $ABA'C$? Justifier votre réponse par une propriété géométrique.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Dans un repère orthonormé, on place le point $M(2;1)$.

On lui applique d'abord une première translation t_1 de déplacement $(+3;+5)$ pour obtenir M_1, puis on applique à M_1 une seconde translation t_2 de déplacement $(-7;-2)$ pour obtenir M_2.

1. Calculer les coordonnées de M_1, puis celles de M_2.
2. Par quelle unique translation passe-t-on directement de M à M_2 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Dans un repère orthonormé, on considère deux droites verticales parallèles : (d_1) passant par l'abscisse $x = 1$ et (d_2) passant par l'abscisse $x = 4$ (la distance entre les deux axes est donc de 3 unités).

Soit le point $P(0;2)$.

1. Déterminer les coordonnées de P_1, symétrique de P par rapport à (d_1), puis celles de P_2, symétrique de P_1 par rapport à (d_2).
2. Par quelle transformation simple passe-t-on directement de P à P_2 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Dans un repère orthonormé, on place le point $M(5;-3)$.

1. Donner les coordonnées de M_1, symétrique de M par rapport à l'axe des abscisses (Ox), puis les coordonnées de M_2, symétrique de M_1 par rapport à l'axe des ordonnées (Oy).
2. Quelle transformation géométrique unique permet de passer directement de $M(5;-3)$ à $M_2(-5;3)$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Une grande roue de fête foraine comporte 8 cabines régulièrement espacées autour de son centre O, numérotées de 1 à 8 dans le **sens inverse des aiguilles d'une montre (antihoraire)**.

La roue tourne dans le **sens des aiguilles d'une montre (horaire)**.

1. Quel est l'angle de rotation qui amène une cabine à la position de sa voisine immédiate ?
2. Quelle cabine vient occuper la position initiale de la cabine 1 après une rotation de 135° dans le sens horaire ?
3. Quel angle de rotation minimal amène la cabine 1 à la position opposée (celle de la cabine 5) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Sur une grille quadrillée, on trace deux droites perpendiculaires (d_1) et (d_2) qui suivent les lignes du quadrillage et se coupent en un point O.

Dans le quart supérieur gauche, on colorie un motif de 4 carreaux (ne traversant pas les axes). On complète ensuite la figure en lui appliquant la symétrie d'axe (d_1), puis en appliquant à tout l'ensemble obtenu la symétrie d'axe (d_2).

1. Combien de carreaux colorés comporte la figure finale complète ?
2. La figure finale possède-t-elle un centre de symétrie ? Si oui, lequel ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Dans un repère orthonormé (unité : 1 cm), on considère le cercle $\mathcal{C}$ de centre $A(-2;3)$ et de rayon $r = 4$ cm.

On construit son image $\mathcal{C}'$ par la translation qui transforme l'origine $O(0;0)$ en $B(5;-1)$.

1. Quelles sont les coordonnées du centre A' et quelle est la longueur du rayon r' du cercle image $\mathcal{C}'$?
2. Quelle est l'aire exacte (en fonction de π) du disque délimité par $\mathcal{C}'$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Une horloge murale analogique (sans chiffres, comportant uniquement les 12 traits des heures) se reflète dans un miroir mural vertical placé en face d'elle.

En regardant le reflet dans le miroir :

1. Les aiguilles semblent indiquer 03 **h** 00. Quelle est l'heure réelle ?
2. Plus tard, les aiguilles dans le miroir semblent indiquer 08 **h** 20. Quelle est l'heure réelle ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Dans un repère orthonormé, on part d'un point A dont les coordonnées initiales sont inconnues.

- On applique d'abord à A la **translation** de déplacement $(+5;-4)$ pour obtenir le point A'.
- On applique ensuite à A' la **symétrie centrale** par rapport à l'origine $O(0;0)$ pour obtenir le point final $A''(-3;2)$.

En remontant les transformations en sens inverse, retrouver les coordonnées de A', puis celles du point de départ A.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

On considère les lettres majuscules d'imprimerie : A, B, H, N, X, Z.

1. Donner le nombre d'axes de symétrie de chaque lettre.
2. Quelles lettres possèdent un centre de symétrie ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Dans un repère orthonormé, on place le point $A(2;-5)$.

Donner les coordonnées :

1. de A_1, symétrique de A par rapport à l'axe des abscisses ;
2. de A_2, symétrique de A par rapport à l'axe des ordonnées ;
3. de A_3, symétrique de A par rapport à l'origine O.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Une translation transforme le point $A(1;3)$ en $A'(4;1)$.

1. Décrire ce déplacement.
2. Donner les images de $B(-2;0)$ et de $C(0;-4)$ par cette translation.
3. Quel point a pour image $D'(6;6)$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Dans un repère orthonormé d'origine O, on applique la rotation de centre O et d'angle 90° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. Elle transforme un point $(x; y)$ en $(-y; x)$.

1. Donner l'image de $A(3; 1)$, puis l'image de ce nouveau point par la même rotation.
2. Quelle transformation obtient-on en appliquant deux fois cette rotation ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

On considère le point $I(2; 1)$.

1. Construire le symétrique A' de $A(5; 3)$ par rapport à I et donner ses coordonnées.
2. Quel point a pour symétrique $B'(0; 4)$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Un triangle ABC a pour côtés $AB = 4$ cm, $BC = 5$ cm, $AC = 6$ cm et pour aire environ 9,9 cm^2. On note $A'B'C'$ son image par une symétrie axiale.

1. Que valent les côtés, le périmètre et l'aire de $A'B'C'$?
2. Que dire des angles ?
3. Qu'est-ce qui change entre les deux triangles ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

On considère deux droites parallèles (d_1) et (d_2) distantes de 3 cm. On applique à un point M la symétrie d'axe (d_1), puis à l'image obtenue la symétrie d'axe (d_2).

1. Faire un essai avec un point M situé à 1 cm de (d_1), du côté opposé à (d_2). De combien et dans quelle direction le point s'est-il déplacé ?
2. Quelle transformation unique remplace ces deux symétries ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

1. Quel est le plus petit angle de rotation (autour de son centre) qui laisse un pentagone régulier inchangé ?
2. Même question pour un hexagone régulier et pour un carré.
3. Un polygone régulier est inchangé par une rotation de 40° autour de son centre (et c'est le plus petit angle possible). Combien a-t-il de côtés ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Dans un repère, on donne le triangle $A(1; 2)$, $B(3; 2)$, $C(3; 5)$.

Identifier la transformation qui envoie ABC sur chacun des triangles suivants :

1. $A_1(-1; -2)$, $B_1(-3; -2)$, $C_1(-3; -5)$
2. $A_2(1; -2)$, $B_2(3; -2)$, $C_2(3; -5)$
3. $A_3(5; 0)$, $B_3(7; 0)$, $C_3(7; 3)$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Les aiguilles d'une horloge tournent autour de son centre dans le sens des aiguilles d'une montre.

1. De quel angle tourne l'aiguille des minutes en 20 minutes ? en 45 minutes ?
2. De quel angle tourne l'aiguille des heures en 2 heures ? en 30 minutes ?
3. Quel angle forment les deux aiguilles à 3 h 00 ? à 3 h 30 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 31

Réfléchis P(2, 5) dans l'axe des abscisses.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 32

Réfléchis P(−2, 5) dans l'axe des ordonnées.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 33

Applique la symétrie centrale de centre O(0, 0) à P(2, −5).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 34

Translate P(2, 5) par le vecteur (3, −2).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 35

Une translation envoie A(2, 5) sur A'(6, 2). Où envoie-t-elle l'origine ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 36

Fais tourner P(2, 0) de 90° dans le sens antihoraire autour de l'origine.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 37

Une symétrie d'axe horizontal envoie P(2, 5) sur P'(2, 9). Donne l'équation de l'axe.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 38

Quel point reste fixe dans une symétrie centrale de centre C(2, 5) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 39

Deux translations successives ont pour vecteurs (2, 2) et (−2, 3). Quel déplacement unique donne le même résultat ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 40

Un triangle de côtés 5, 5 et 7 cm subit une rotation. Quel est le périmètre de son image ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site