PPMC et PGDC et problèmes — Exercices Maths 9e HarmoS

Exercice 1

En dressant la liste des diviseurs ou des premiers multiples, calculer :

1. PGDC$(24; 36)$
2. PPMC$(12; 18)$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

À l'aide de la décomposition en produit de facteurs premiers, calculer :

1. PGDC$(120; 168)$
2. PPMC$(120; 168)$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Calculer avec trois nombres :

1. PGDC$(60; 84; 108)$
2. PPMC$(15; 20; 24)$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

1. Calculer PGDC$(252; 396)$.
2. Utiliser ce résultat pour simplifier au maximum la fraction $\frac{252}{396}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Un confiseur suisse souhaite répartir 126 pralinés au lait et 84 truffes noires dans des sachets tous identiques, en utilisant tous ses chocolats.

1. Quel nombre maximal de sachets peut-il confectionner ?
2. Quelle sera alors la composition exacte de chaque sachet ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

À la gare de Fribourg, le bus de la ligne 1 part toutes les 12 minutes et celui de la ligne 3 toutes les 18 minutes.

Les deux bus quittent la gare simultanément à 07 h 30. À quelle heure repartiront-ils ensemble pour la prochaine fois ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

On souhaite recouvrir une terrasse rectangulaire mesurant 4,20 m de long sur 3,60 m de large avec des dalles carrées identiques les plus grandes possibles, sans aucune découpe.

1. Quelle doit être la longueur du côté d'une dalle (en cm) ?
2. Combien de dalles seront nécessaires au total ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Dans un mécanisme d'horlogerie, deux roues dentées s'engrènent. La grande roue possède 45 dents et la petite en possède 18.

On fait un repère sur les deux dents qui se touchent au départ. Après combien de tours complets de chaque roue les deux repères se retrouveront-ils exactement face à face pour la première fois ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

On sait que pour deux nombres entiers naturels non nuls a et b, on a toujours l'égalité :

$$\text{PGDC}(a;b) \times \text{PPMC}(a;b) = a \times b$$

Deux nombres a et b ont pour PGDC le nombre 15 et pour PPMC le nombre 180. Sachant que $a = 45$, déterminer b et vérifier le résultat.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Trois balises lumineuses installées sur les rives du lac Léman émettent chacune un flash à intervalle régulier : la première toutes les 12 s, la deuxième toutes les 15 s et la troisième toutes les 20 s.

Elles émettent toutes les trois un flash simultanément à 21 h 00 min 00 s. Combien de fois s'allumeront-elles toutes les trois en même temps entre 21 h 00 min 00 s et 21 h 10 min 00 s (bornes incluses) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

1. Décomposer 35 et 48 en facteurs premiers, puis déterminer $\text{PGDC}(35;48)$ et $\text{PPMC}(35;48)$.
2. Comment appelle-t-on deux nombres dont le PGDC vaut 1, et comment se calcule alors directement leur PPMC ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Observer que 25 est un diviseur de 75 et que 18 est un diviseur de 90.

1. Donner directement, sans décomposition en facteurs premiers :
   - $\text{PGDC}(25;75)$ et $\text{PPMC}(25;75)$
   - $\text{PGDC}(18;90)$ et $\text{PPMC}(18;90)$
2. Énoncer la règle générale lorsque l'entier a est un diviseur de l'entier b.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

1. Calculer $\text{PPMC}(18;24)$.
2. Utiliser ce résultat comme dénominateur commun minimal pour calculer la somme $\frac{7}{18} + \frac{5}{24}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Un menuisier dispose d'un bloc de bois ayant la forme d'un pavé droit de dimensions 90 cm × 60 cm × 45 cm. Il souhaite le découper entièrement, sans perte, en **cubes identiques** ayant la plus grande arête possible.

1. Quelle sera la longueur de l'arête de chaque cube ?
2. Combien de cubes obtiendra-t-il au total ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Deux nageurs s'entraînent dans des couloirs voisins. Loïc met régulièrement 40 s pour effectuer un aller-retour complet, tandis que Sofia met 48 s.

Ils partent ensemble du même bord à l'instant $t = 0$.

1. Au bout de combien de temps (en minutes) se retrouveront-ils pour la première fois simultanément au bord de départ ?
2. Combien d'allers-retours chacun aura-t-il alors effectués ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Un terrain a la forme d'un triangle dont les trois côtés mesurent 84 m, 108 m et 132 m.

Le propriétaire souhaite planter des piquets de clôture régulièrement espacés sur tout le pourtour, en plaçant obligatoirement un piquet à chacun des trois sommets et en choisissant la **plus grande distance entière possible** entre deux piquets consécutifs.

1. Quelle est la distance entre deux piquets consécutifs ?
2. Combien de piquets faut-il acheter au total ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Dans un entrepôt, on forme d'un côté une pile de caisses rouges mesurant chacune 16 cm de haut, et juste à côté une pile de caisses bleues mesurant chacune 28 cm de haut.

1. Quelle est la plus petite hauteur commune (en cm puis en m) que peuvent atteindre les deux piles ?
2. Combien de caisses comporte alors chaque pile ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Trouver tous les couples $(a ; b)$ d'entiers naturels non nuls $(a < b)$ tels que :

$$\text{PGDC}(a ; b) = 12 \quad \text{et} \quad a + b = 60$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Pour une journée sportive interclasses, un collège réunit 168 élèves de 9e HarmoS et 126 élèves de 10e HarmoS. Les enseignants veulent constituer le **plus grand nombre possible** d'équipes mixtes toutes identiques (ayant chacune le même nombre d'élèves de 9e et le même nombre d'élèves de 10e).

1. Combien d'équipes peut-on former ?
2. Combien d'élèves au total comptera chaque équipe (en détaillant le nombre de 9e et de 10e) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Une fermière récolte les œufs de son poulailler (elle en a moins de 100). Elle constate que :

- Si elle les range par boîtes de 4, de 5 ou de 6, il lui reste toujours 3 **œufs**.
- Si elle les range par boîtes de 7, il ne lui en reste **aucun**.

Combien d'œufs a-t-elle récoltés ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

En dressant la liste des diviseurs et des premiers multiples, calculer :

1. PGDC$(48; 72)$
2. PPMC$(48; 72)$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

À l'aide de la décomposition en facteurs premiers, calculer PGDC$(90; 150)$ et PPMC$(90; 150)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Calculer :

1. PGDC$(36; 54; 90)$
2. PPMC$(8; 12; 20)$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

1. Calculer PGDC$(168; 252)$.
2. En déduire la forme irréductible de $\frac{168}{252}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Une fleuriste dispose de 60 tulipes et de 36 jonquilles. Elle veut composer le plus grand nombre possible de bouquets identiques en utilisant toutes ses fleurs.

1. Combien de bouquets peut-elle composer ?
2. Quelle est la composition de chaque bouquet ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Sur une piste d'athlétisme, Marc fait un tour en 6 minutes et Julie en 8 minutes. Ils partent ensemble de la ligne de départ à 14 h.

1. À quelle heure se retrouveront-ils pour la première fois ensemble sur la ligne de départ ?
2. Combien de tours chacun aura-t-il alors effectués ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

On veut recouvrir le sol d'une salle rectangulaire de 336 cm sur 252 cm avec des plaques carrées identiques, sans découpe, les plus grandes possibles.

1. Quelle est la longueur du côté d'une plaque ?
2. Combien de plaques faut-il ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Avec des carreaux rectangulaires de 15 cm sur 6 cm, tous posés dans le même sens, on veut former le plus petit carré possible.

1. Quelle est la longueur du côté de ce carré ?
2. Combien de carreaux faut-il ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Un nombre compris entre 200 et 300 donne un reste de 1 lorsqu'on le divise par 2, par 3, par 4, par 5 ou par 6.

Quel est ce nombre ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

1. Calculer $\text{PPMC}(12; 18; 8)$.
2. En déduire le calcul de $\frac{5}{12} + \frac{7}{18} - \frac{1}{8}$ sous forme irréductible.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 31

Deux signaux se déclenchent ensemble à midi. Ils se répètent toutes les 12 et 18 minutes. Après combien de minutes coïncident-ils à nouveau ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 32

Répartis 12 ciseaux et 18 tubes de colle en un maximum de trousses identiques, sans reste. Décris une trousse.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 33

Détermine le PGDC de 35 et 16 par divisions euclidiennes.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 34

Écris le plus petit nombre positif divisible par 35 et 16.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 35

Une planche mesure 12 dm sur 18 dm. Quelle est la plus grande longueur de côté d'un carreau carré entier qui pave la planche avec une grille parallèle aux bords ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 36

Trouve deux entiers distincts dont le PGDC est 6 et le PPMC est 210.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 37

Le PGDC de deux nombres est 6. Leur PPMC vaut 462. Un des nombres vaut 42. Quel est l'autre ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 38

Trois voyants clignotent toutes les 12, 18 et 10 secondes. Ils viennent de clignoter ensemble. Quel est le délai jusqu'à la prochaine coïncidence ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 39

Trouve le plus grand multiple de 6 strictement inférieur à 35, puis donne l'écart qui le sépare de 35.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 40

Deux entiers positifs ont un PPMC égal à 18. Le premier vaut 18. Quelle condition le second doit-il satisfaire ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site