Nombres premiers et décomposition — Exercices Maths 9e HarmoS

Exercice 1

Parmi les nombres suivants, relever uniquement ceux qui sont des **nombres premiers**, et justifier pourquoi les autres ne le sont pas :

$$1 \quad ; \quad 2 \quad ; \quad 19 \quad ; \quad 27 \quad ; \quad 49 \quad ; \quad 51 \quad ; \quad 53 \quad ; \quad 57 \quad ; \quad 61 \quad ; \quad 87$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

À l'aide de la méthode du crible d'Ératosthène, déterminer tous les nombres premiers compris entre 40 et 70.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Décomposer les nombres suivants en produit de facteurs premiers (en utilisant la notation avec puissances) :

1. 72
2. 140
3. 196

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Décomposer les grands nombres suivants en produit de facteurs premiers :

1. 360
2. 540
3. 1 260

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

On donne la décomposition en facteurs premiers du nombre N :

$$N = 2^3 \times 3^2 \times 7$$

1. Calculer la valeur de N.
2. Sans effectuer de division, déterminer si N est divisible par 12, par 15, par 21 et par 27. Justifier chaque réponse.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Utiliser la décomposition en produit de facteurs premiers pour rendre irréductibles les fractions suivantes :

1. $\frac{180}{252}$
2. $\frac{315}{420}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

1. Décomposer 324 et 1 764 en produit de facteurs premiers.
2. En déduire la valeur exacte de $\sqrt{324}$ et de $\sqrt{1\,764}$ sans utiliser la calculatrice.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

1. Décomposer 180 en produit de facteurs premiers.
2. Trouver le plus petit entier naturel non nul k tel que le produit $180 \times k$ soit le carré d'un nombre entier.
3. De quel nombre entier ce produit est-il alors le carré ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

1. Décomposer 75 et 120 en produit de facteurs premiers.
2. À l'aide d'un arbre ou des combinaisons d'exposants, déterminer le **nombre total de diviseurs** de 75 (puis les lister), et calculer le nombre total de diviseurs de 120.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Le code secret d'un coffre-fort est un nombre entier compris entre 300 et 400.

On sait qu'il est le produit de **trois nombres premiers distincts** inférieurs à 15, dont la somme vaut 23. Quel est ce code ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Déterminer tous les nombres premiers compris entre 70 et 100. (Attention aux multiples de 7 !)

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

La **conjecture de Goldbach** (1742) affirme que tout nombre pair strictement supérieur à 2 peut s'écrire comme la **somme de deux nombres premiers**.

Trouver toutes les façons d'écrire :

1. 30 comme somme de deux nombres premiers.
2. 36 comme somme de deux nombres premiers.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Décomposer chacun des nombres suivants en produit de facteurs premiers :

1. 450
2. 700
3. 1 080

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Sans calculer la valeur des produits, donner directement la décomposition en facteurs premiers de :

1. $A = 12 \times 18$
2. $B = 15^3$
3. $C = 24 \times 35 \times 10$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

1. Décomposer 216 et 1 728 en produit de facteurs premiers.
2. En observant les exposants obtenus, trouver l'entier naturel a tel que $a^3 = 216$ et l'entier naturel b tel que $b^3 = 1\,728$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

On sait que $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$.

1. Trouver le plus petit entier naturel non nul k tel que le produit $360 \times k$ soit le **cube** d'un nombre entier.
2. De quel nombre entier ce produit est-il alors le cube ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Deux nombres premiers sont appelés **nombres premiers jumeaux** lorsque leur écart est égal à 2 (par exemple $(3; 5)$ ou $(5; 7)$).

Trouver tous les couples de nombres premiers jumeaux compris entre 10 et 80.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

En décomposant chacun des quatre nombres en produit de facteurs premiers, simplifier au maximum le quotient suivant :

$$F = \frac{45 \times 56}{63 \times 20}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Une enseignante de mathématiques dit à ses élèves : « J'ai trois enfants dont les âges sont trois **nombres premiers** ; le produit de leurs trois âges est égal à 195. »

Quels sont les âges de ses trois enfants et quelle est la somme de leurs âges ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Pour tester si un nombre $N < 121$ est premier, il suffit de vérifier s'il est divisible par l'un des quatre nombres premiers $2, 3, 5$ ou 7 (car $11^2 = 121 > N$).

Appliquer cette méthode pour déterminer si 101 et 119 sont des nombres premiers.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Parmi les nombres suivants, lesquels sont premiers ? Justifier la réponse pour chacun.

$$91 \quad ; \quad 97 \quad ; \quad 119 \quad ; \quad 127 \quad ; \quad 143 \quad ; \quad 151$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Décomposer en produit de facteurs premiers :

1. 84
2. 210
3. 294

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Décomposer en produit de facteurs premiers :

1. 1 001
2. 2 310
3. 4 096

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

1. Décomposer 96 en produit de facteurs premiers.
2. En déduire la liste complète de ses diviseurs. Combien en possède-t-il ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

On donne $N = 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$.

1. Calculer N.
2. Sans effectuer de division, dire si N est divisible par 15, par 14, par 9, par 35 et par 20.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Rendre irréductibles les fractions suivantes à l'aide de la décomposition en facteurs premiers :

1. $\frac{210}{330}$
2. $\frac{168}{392}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

1. Décomposer 252 en produit de facteurs premiers.
2. Quel est le plus petit entier k non nul tel que $252 \times k$ soit le carré d'un nombre entier ? Donner ce carré et sa racine.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Un rectangle a une aire de 221 cm^2. Ses côtés mesurent un nombre entier de centimètres, et aucun ne mesure 1 cm.

Quelles sont les dimensions de ce rectangle ? Justifier à l'aide d'une décomposition.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

On cherche les nombres premiers p tels que $p+10$ et $p+20$ soient aussi premiers.

1. Tester $p=3$, $p=7$ et $p=13$.
2. Parmi trois nombres p, $p+10$ et $p+20$, l'un est toujours un multiple de 3 (on l'admet). En déduire la seule solution.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Quel est le plus petit nombre premier strictement supérieur à 200 ? Justifier en éliminant les nombres non premiers.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 31

Décide si 83 est premier en limitant le nombre de divisions à tester.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 32

Réfute l'affirmation « 77 est premier » à l'aide d'une égalité.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 33

Décompose 180 en facteurs premiers.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 34

Liste les nombres premiers compris entre 31 et 51, bornes incluses.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 35

Donne un composé impair dont le plus petit facteur premier est 5.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 36

Combien de diviseurs positifs possède 100 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 37

Quel est le plus petit entier par lequel multiplier 10 pour obtenir un carré parfait ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 38

Trouve deux nombres premiers dont le produit est 415.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 39

Parmi 5, 25 et 11, quels nombres sont premiers ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 40

Une étiquette indique que 180 a exactement deux facteurs premiers distincts. Contrôle l'étiquette.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site