Divers problèmes de géométrie — Exercices Maths 9e HarmoS

Exercice 1

Deux droites (d_1) et (d_2) se coupent en un point O en formant quatre angles. L'un de ces angles mesure $42°$.

1. Calculer la mesure de chacun des **trois autres angles** formés en O.
2. Quelle est la mesure d'un angle **complémentaire** à l'angle de $42°$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Deux droites parallèles (d_1) et (d_2) sont coupées par une sécante (s). L'un des angles aigus formés sur (d_1) mesure $65°$.

1. Quelle est la mesure de l'angle **alterne-interne** associé ?
2. Quelle est la mesure de l'angle **correspondant** associé ?
3. Quelle est la mesure des angles obtus formés par cette figure ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

1. Dans un parallélogramme $ABCD$, l'angle $\widehat{DAB}$ mesure $112°$. Calculer les mesures des trois autres angles $\widehat{ABC}$, $\widehat{BCD}$ et $\widehat{CDA}$.
2. Dans un losange $EFGH$ de centre O, la diagonale $[EG]$ forme avec le côté $[EF]$ un angle $\widehat{FEG} = 28°$. Calculer l'angle $\widehat{EFG}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Soit $ABCD$ un **trapèze rectangle** en A et en D (les bases $[AB]$ et $[CD]$ sont parallèles et $\widehat{DAB} = \widehat{ADC} = 90°$). On sait que $\widehat{BCD} = 54°$.

Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ par deux méthodes (somme des angles d'un quadrilatère, puis angles intérieurs avec des parallèles).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Un cercle de centre O a un rayon de 5 cm. Deux points A et B appartiennent à ce cercle et forment un angle au centre $\widehat{AOB} = 80°$.

1. Quelle est la nature exacte du triangle OAB ? Justifier.
2. Calculer les mesures des angles $\widehat{OAB}$ et $\widehat{OBA}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

En découpant un polygone régulier depuis son centre en triangles isocèles identiques :

1. Calculer l'angle au centre puis la mesure d'un **angle intérieur** d'un **pentagone régulier** (5 côtés).
2. Calculer de la même façon la mesure d'un **angle intérieur** d'un **octogone régulier** (8 côtés).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Sur une droite, trois points A, B et C sont alignés dans cet ordre.

Du même côté de la droite (AC), on construit un triangle ABD tel que $\widehat{DAB} = 50°$, et un triangle BCE rectangle en C tel que $\widehat{BEC} = 40°$.

1. Calculer l'angle $\widehat{EBC}$.
2. Démontrer que les droites (AD) et (BE) sont **parallèles**.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Identifier avec précision la nature de chacun des quadrilatères suivants à partir des propriétés de ses diagonales :

1. Ses diagonales se coupent en leur milieu, ont la même longueur, mais ne sont pas perpendiculaires.
2. Ses diagonales se coupent en leur milieu, sont perpendiculaires, mais n'ont pas la même longueur.
3. Ses diagonales se coupent en leur milieu, sont perpendiculaires et ont la même longueur.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Calculer l'angle saillant (inférieur à 180°) formé par la petite aiguille (heures) et la grande aiguille (minutes) d'une horloge analogique :

1. À 04 **h** 00 précises.
2. À 03 **h** 30 (attention : la petite aiguille avance progressivement entre 3 et 4 !).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Soit $ABCD$ un parallélogramme tel que $AB = 8$ cm et $BC = 5$ cm. La bissectrice de l'angle $\widehat{DAB}$ coupe le côté $[DC]$ au point E.

1. Expliquer pourquoi $\widehat{DEA} = \widehat{EAB}$.
2. En déduire que le triangle ADE est **isocèle**.
3. Calculer les longueurs DE et EC.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

En traçant toutes les diagonales issues d'un même sommet d'un polygone convexe à n côtés, on le découpe en $n-2$ **triangles** dont les angles recouvrent exactement ceux du polygone. La somme des angles intérieurs d'un polygone à n côtés vaut donc $(n-2) \times 180°$.

1. Vérifier cette formule pour un quadrilatère ($n = 4$) et pour un hexagone ($n = 6$).
2. Calculer la somme des angles intérieurs d'un **décagone** (10 côtés), puis la mesure de chaque angle d'un décagone régulier.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Deux droites (d_1) et (d_2) sont parallèles. Un point M situé entre (d_1) et (d_2) est relié à un point A sur (d_1) et à un point B sur (d_2), de façon à former une ligne brisée en « < ».

Le segment $[AM]$ forme un angle aigu de 38° avec (d_1) et le segment $[BM]$ forme un angle aigu de 52° avec (d_2).

En traçant par la pensée la droite (d_3) parallèle à (d_1) et (d_2) passant par M, calculer la mesure de l'angle $\widehat{AMB}$. Que peut-on dire des droites (AM) et (BM) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Soit $ABCD$ un **cerf-volant** tel que $AB = AD$ et $CB = CD$. On donne $\widehat{BAD} = 70°$ et $\widehat{BCD} = 46°$.

1. Quelle droite est l'axe de symétrie de ce cerf-volant ?
2. En déduire la relation entre les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ADC}$, puis calculer leur mesure.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Soit $ABCD$ un **trapèze isocèle** de grande base $AB = 12$ cm et de petite base $CD = 6$ cm ($(AB) \parallel (CD)$ et $AD = BC$). On sait que $\widehat{DAB} = 68°$.

1. Déterminer la mesure des trois autres angles du trapèze : $\widehat{ABC}$, $\widehat{ADC}$ et $\widehat{BCD}$.
2. On abaisse les deux hauteurs $[DH]$ et $[CK]$ perpendiculaires à $[AB]$. Calculer les longueurs des segments $[HK]$, $[AH]$ et $[KB]$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Trois points A, O et C sont alignés dans cet ordre, et une demi-droite $[OB)$ forme deux angles adjacents supplémentaires $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$.

On trace la bissectrice $[Ox)$ de $\widehat{AOB}$ et la bissectrice $[Oy)$ de $\widehat{BOC}$.

1. Si $\widehat{AOB} = 130°$, calculer $\widehat{xOB}$, $\widehat{BOC}$ et $\widehat{BOy}$, puis en déduire la mesure de l'angle $\widehat{xOy}$.
2. Démontrer que les bissectrices $[Ox)$ et $[Oy)$ sont **toujours perpendiculaires**, quelle que soit la mesure de $\widehat{AOB}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Soit $\mathcal{C}$ un cercle de centre O et $[AB]$ un **diamètre** de ce cercle. On place un point C sur le cercle tel que $\widehat{AOC} = 74°$.

1. Quelle est la nature du triangle OAC ? En déduire la mesure de l'angle $\widehat{OCA}$.
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BOC}$, puis celle de l'angle $\widehat{OCB}$ dans le triangle isocèle OBC.
3. Calculer l'angle $\widehat{ACB}$ et préciser la nature du triangle ABC.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Dans un repère orthonormé dont l'unité est le centimètre, on place les quatre points :

$$A(-2;-1) \quad ; \quad B(4;-1) \quad ; \quad C(6;3) \quad ; \quad D(0;3)$$

1. Calculer les longueurs des segments horizontaux $[AB]$ et $[DC]$, et en déduire la nature du quadrilatère $ABCD$.
2. Déterminer la hauteur relative au côté $[AB]$ et calculer l'aire de $ABCD$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Au billard, lorsqu'une boule part d'un point A, frappe une bande rectiligne (d) en un point I et repart vers un point B, l'angle d'arrivée entre $[AI]$ et la bande (d) est égal à l'angle de départ entre $[IB]$ et la bande (d).

1. Si l'angle aigu entre la trajectoire d'arrivée $[AI]$ et la bande (d) mesure $34°$, calculer la mesure de l'angle $\widehat{AIB}$ formé par les deux trajectoires.
2. Si l'on construit le point B', symétrique de B par rapport à la droite (d), que peut-on dire des points A, I et B' ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

On considère dans le plan un cercle $\mathcal{C}_1$ de centre O_1 et de rayon $r_1 = 7$ cm, ainsi qu'un cercle $\mathcal{C}_2$ de centre O_2 et de rayon $r_2 = 3$ cm.

1. Quelle est la distance O_1O_2 si les deux cercles sont **tangents extérieurement** (ils se touchent en un seul point à l'extérieur l'un de l'autre) ?
2. Quelle est la distance O_1O_2 si les deux cercles sont **tangents intérieurement** ($\mathcal{C}_2$ est à l'intérieur de $\mathcal{C}_1$ et le touche en un seul point) ?
3. Donner l'encadrement de la distance O_1O_2 pour que les deux cercles se coupent en **deux points distincts**.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

On prend un ruban de papier à bords parallèles (d_1) et (d_2), et on le plie selon un segment $[AB]$ ($A \in (d_1)$ et $B \in (d_2)$). Avant pliage, l'angle aigu entre le pli $[AB]$ et le bord supérieur (d_1) mesure $55°$.

Après pliage, la partie repliée du ruban croise l'autre partie et son bord coupe (d_1) en un point C, formant un triangle de recouvrement ABC.

1. Par symétrie du pliage autour de (AB), quelle est la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ dans le triangle ABC ?
2. Grâce au parallélisme des bords (d_1) et (d_2) avant pliage, quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$?
3. En déduire la nature du triangle ABC et la mesure de son troisième angle $\widehat{ACB}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Deux droites parallèles (d_1) et (d_2) sont coupées par une sécante (s). Au point d'intersection de (s) avec (d_1), l'un des angles mesure $58°$.

1. Donner la mesure des trois autres angles formés en ce point.
2. En déduire la mesure des quatre angles formés au point d'intersection de (s) avec (d_2). Justifier.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Deux droites sécantes forment quatre angles. L'un d'eux mesure le triple de l'angle qui lui est adjacent.

Calculer les mesures des quatre angles.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Les diagonales d'un rectangle $ABCD$ mesurent 10 cm et se coupent en O en formant un angle $\widehat{AOB} = 60°$.

1. Quelle est la nature du triangle AOB ? Justifier.
2. En déduire la longueur AB.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

$ABCD$ est un losange tel que $\widehat{DAB} = 50°$.

1. Calculer les trois autres angles du losange.
2. Les diagonales d'un losange sont les bissectrices de ses angles. Calculer $\widehat{DAC}$.
3. Quel angle forment les diagonales entre elles ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

1. Calculer la somme des angles intérieurs d'un octogone.
2. En déduire la mesure d'un angle intérieur d'un octogone régulier.
3. Quel polygone régulier a des angles intérieurs de 150° ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Le supplémentaire d'un angle est égal à 4 fois son complémentaire.

Quelle est la mesure de cet angle ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Dans un repère orthonormé (unité : 1 cm), on place $A(1;1)$, $B(5;1)$, $C(6;4)$ et $D(2;4)$.

1. Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme.
2. Calculer son aire.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

$ABCD$ est un trapèze de bases $[AB]$ et $[CD]$ parallèles. On donne $\widehat{DAB} = 65°$ et $\widehat{ABC} = 80°$.

Calculer $\widehat{ADC}$ et $\widehat{BCD}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

$ABCD$ est un parallélogramme d'aire 48 cm^2. Un point M est placé n'importe où sur le côté $[CD]$.

1. Calculer l'aire du triangle ABC.
2. Montrer que l'aire du triangle ABM ne dépend pas de la position de M sur $[CD]$, et la calculer.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Pour chaque description, nommer le quadrilatère le plus précis possible :

1. Ses diagonales se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires.
2. Ses diagonales se coupent en leur milieu et ont la même longueur.
3. Ses diagonales se coupent en leur milieu, sont perpendiculaires et ont la même longueur.
4. Il a un seul couple de côtés parallèles.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 31

Donne la distance de P(4, −6) à l'axe des abscisses dans un repère orthonormé.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 32

Trouve le milieu du segment d'extrémités (2, 4) et (8, 10).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 33

Une roue de rayon 4 cm fait trois tours sans glisser. Quelle est la distance exacte parcourue ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 34

De quel angle tourne l'aiguille des minutes de 10 à 14 minutes ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 35

Une diagonale d'un rectangle forme avec un côté un angle de 20°. Quel angle forme-t-elle avec l'autre côté au même sommet ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 36

Quel angle sépare deux sommets voisins, vu du centre d'un polygone régulier à 6 côtés ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 37

Un cercle mesure 8 cm de diamètre. Un point est à 5 cm du centre. Est-il à l'intérieur ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 38

Deux parallèles sont distantes de 6 cm. Où sont les points à la même distance des deux droites ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 39

Un rectangle a un périmètre de 16 cm. Si sa largeur est 3 cm, trouve sa longueur.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 40

Un segment va de (−4, 6) à (6, 6) dans un repère orthonormé. Donne sa longueur.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site