Table des matières

Exercices corrigés de maths de 11e HarmoS **1**
Nombres naturels (calculs et problèmes) . . . 1
Critères de divisibilité, multiples et diviseurs . . . 5
Nombres premiers et décomposition . . . 9
PPMC et PGDC et problèmes . . . 13
Nombres relatifs (calculs et problèmes) . . . 17
Fractions et nombres rationnels (calculs et problèmes) . . . 21
Priorité des opérations . . . 25
Puissances et problèmes . . . 29
Racines et problèmes . . . 33
Notation scientifique et problèmes . . . 37
Probabilités et combinatoires . . . 41
Autres problèmes divers . . . 45
Fonctions constantes, linéaires et affines et problèmes . . . 50
Fonctions quadratiques et diverses . . . 54
Problèmes de proportionnalité, pourcentages, pentes et échelle . . . 58
Calcul littéral et problèmes . . . 62
Factorisation . . . 66
Identités remarquables . . . 70
Equations du 1er degré et problèmes . . . 74
Equations du 2e degré et problèmes . . . 78
Systèmes d'équations et problèmes . . . 81
Constructions géométriques . . . 86
Transformations géométriques . . . 90
Homothésies . . . 95
Angles et problèmes . . . 99
Triangles . . . 103
Quadrilatères . . . 107
Représentations de solides . . . 111
Divers problèmes de géométrie . . . 115
Conversion d'unités . . . 119
Périmètres et aires . . . 123
Volumes et aires des solides . . . 127
Théorème de Pythagore . . . 131
Théorème de Thalès . . . 135
Trigonométrie . . . 140

Exercices corrigés de maths de 11e HarmoS

Nombres naturels (calculs et problèmes)

Exercice 1

Calculer astucieusement sans calculatrice en justifiant chaque regroupement ou transformation algébrique :

1. $A = 125 \times 32 \times 25 \times 7$
2. $B = 999 \times 47 + 47$
3. $C = 1001 \times 684 - 684$
4. $D = 87 \times 36 + 87 \times 64 - 870$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

1. Dans une division euclidienne de dividende D et de diviseur $d = 35$, le quotient est égal au double du reste, et le reste est le plus grand possible. Calculer D.

2. On divise un entier naturel n par 19 : le quotient vaut q et le reste vaut $r = 12$. Quel est le quotient et le reste de la division euclidienne de $3n + 5$ par 19 (en fonction de q) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Calculer la somme des entiers suivants par la méthode de Gauss :

1. $S_1 = 1 + 2 + 3 + \cdots + 150$
2. $S_2 = 17 + 21 + 25 + \cdots + 93$ *(suite arithmétique de raison 4)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Une usine expédie exactement 14 320 flacons. Elle les range dans des boîtes de 24 flacons, puis empile ces boîtes complètes sur des palettes contenant chacune 30 boîtes.

1. Combien de palettes complètes seront expédiées ?
2. Combien reste-t-il de boîtes complètes hors palette, et combien de flacons isolés hors boîte ?
3. Quel nombre minimal de flacons supplémentaires faudrait-il produire pour compléter une palette de plus ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Trouver un nombre naturel à 4 chiffres $\overline{abcd}$ sachant que :

- il est divisible par 5 mais n'est pas pair ;
- le chiffre des centaines b vaut le triple du chiffre des milliers a ;
- le chiffre des dizaines c vaut la somme $a + b$;
- la somme des quatre chiffres vaut 21.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Un hôtel propose 32 chambres : certaines sont des chambres doubles (2 lits) et les autres sont des chambres familiales (5 lits). Au total, l'hôtel dispose de 109 lits.

1. Calculer le nombre de chambres doubles et le nombre de chambres familiales.
2. Si l'hôtel affiche complet et loue une chambre double 140 CHF et une chambre familiale 260 CHF par nuit, quelle est la recette maximale pour une nuit ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

1. Quel est le **chiffre des unités** de $4^{2025} + 9^{2026}$?
2. Démontrer que pour tout entier naturel n, le nombre $n(n + 1)$ est toujours pair, et que la différence entre les carrés de deux entiers impairs consécutifs est toujours un multiple de 8.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Un commerçant achète 120 verres à 4 CHF pièce. Pendant le transport, 15 verres sont cassés. Il vend tous les verres intacts au même prix unitaire et réalise finalement un bénéfice net global de 255 CHF sur l'ensemble de l'opération.

À quel prix unitaire a-t-il vendu chaque verre intact ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Quel est le **nombre de pages** d'un livre dont la numérotation (de la page 1 à la dernière page N) a nécessité exactement 1095 **chiffres** imprimés au total ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Un nombre palindrome est un nombre qui se lit indifféremment de gauche à droite et de droite à gauche (comme 1331 ou 484).

1. Combien existe-t-il de nombres entiers **palindromes à** 4 **chiffres** ?
2. Démontrer que **tout palindrome à** 4 **chiffres est divisible par** 11.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Une bibliothèque reçoit 208 livres le lundi et 35 le mardi. Elle répartit tous les livres en lots de 12. Combien de lots complets prépare-t-elle et combien de livres restent-ils ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Sans poser la multiplication, calcule 63×99.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Quel naturel faut-il ajouter à 3536 pour atteindre le prochain millier strictement supérieur ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Une salle compte 35 rangées de 16 places. On condamne 13 places et on vend 208 billets. Combien de places utilisables restent libres ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Le quotient entier de la division d'un nombre par 19 est 63 et le reste vaut 14. Retrouve le nombre.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Une élève affirme que 21008 est le produit de 208 par 100, augmenté de 1. De combien son résultat diffère-t-il du nombre annoncé ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Estime le produit 208×35 en arrondissant chaque facteur à la dizaine la plus proche, puis calcule-le exactement.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Une mosaïque carrée comporte 63 carreaux sur chaque côté. Combien de carreaux sont sur le bord extérieur ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Un théâtre a 324 places. Les recettes sont de 18 CHF par place occupée. Si la recette est de 5 292 CHF, combien de places étaient vides ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Un nombre naturel à trois chiffres est divisible par 9 et se lit dans les deux sens. Ses deux premiers chiffres sont 4 et 1. Trouve-le.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Calculer à l'aide de la méthode de Gauss :

1. $S_1 = 1 + 2 + 3 + ... + 200$
2. $S_2 = 1 + 3 + 5 + ... + 199$
3. $S_3 = 3 + 6 + 9 + ... + 300$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Dans la division euclidienne de 100 par un entier n, le reste vaut 4.

Trouver toutes les valeurs possibles de n.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

1. Quel est le chiffre des unités de 2^{2026} ?
2. Combien de chiffres possède 2^{100} ? (Utiliser $2^{10} = 1\,024 \approx 10^3$, puis affiner : $2^{100} \approx 1{,}27 \times 10^{30}$.)

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Par combien de zéros se termine l'écriture de $50! = 1 \times 2 \times ... \times 50$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

1. Écrire 2 026 en base 2.
2. Combien de chiffres 1 comporte cette écriture ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Le produit de trois entiers naturels consécutifs vaut 2 730.

1. Estimer ces nombres à l'aide d'une racine cubique.
2. Les trouver.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

1. Calculer $n^2 - 1$ pour $n = 3, 5, 7, 9$. Que remarque-t-on ?
2. Démontrer que pour tout entier impair n, $n^2 - 1$ est divisible par 8.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Le produit de deux entiers naturels vaut 360 et leur somme 49.

1. Montrer qu'ils sont solutions de $x^2 - 49x + 360 = 0$.
2. Trouver ces deux nombres.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

1. Quel est le plus petit nombre entier dont la somme des chiffres vaut 30 ?
2. Quel est le plus grand nombre entier, écrit avec des chiffres tous différents, dont la somme des chiffres vaut 30 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Parmi les entiers de 1 à 1 000 :

1. Combien sont divisibles par 3 ?
2. Combien sont divisibles par 3 mais pas par 5 ?
3. Combien ne sont divisibles ni par 3 ni par 5 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Critères de divisibilité, multiples et diviseurs

Exercice 1

1. Rappeler comment combiner les critères pour tester la divisibilité par 12, 15, 18 et 36 (et expliquer pourquoi combiner 4 et 6 **ne suffit pas** pour prouver la divisibilité par 24).
2. Déterminer tous les nombres à 5 chiffres de la forme $N = \overline{63a4b}$ qui sont divisibles par 36.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

On utilise le critère de divisibilité par 7 suivant : un entier $10q + u$ (où u est le chiffre des unités et q le nombre des dizaines) est divisible par 7 si et seulement si $q - 2u$ est divisible par 7.

1. Appliquer ce critère itérativement pour tester si 3871 et 5218 sont divisibles par 7.
2. Justifier algébriquement ce critère en calculant $2(10q + u) + (q - 2u)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Déterminer l'ensemble complet des diviseurs de 216 et celui de 324, puis répondre :

1. Combien de diviseurs possède 216 ? Combien en possède 324 ?
2. Pourquoi 324 a-t-il un nombre **impair** de diviseurs contrairement à 216 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Démontrer à l'aide de factorisations algébriques que pour tout entier naturel n :

1. $A(n) = n^3 - n$ est toujours divisible par 6.
2. $B(n) = (2n+1)^2 - 1$ est toujours divisible par 8.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Trouver tous les entiers naturels n compris entre 200 et 500 qui vérifient simultanément :

- dans la division par 7, le reste est 4 ;
- dans la division par 9, le reste est 4 ;
- n est impair.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

1. Déterminer la liste de tous les entiers naturels $n \geq 1$ tels que la fraction $\dfrac{18}{n+2}$ soit un **nombre entier**.
2. Quels sont les entiers naturels n tels que la fraction $\dfrac{n+14}{n+2}$ soit un nombre entier ? *(Indice : écrire $n+14 = (n+2)+12$.)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

On considère l'entier $N = 1000^2 - 1$.

1. Sans poser la multiplication, factoriser N au maximum pour vérifier s'il est divisible par 3, par 9, par 11, par 37 et par 101.
2. Quel est le plus petit nombre premier qui divise $1000^2 + 1$? *(Tester les petits nombres premiers ou remarquer que $1000^2 + 1 = 1\,000\,001$.)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Dans une salle de spectacle de moins de 500 places, les spectateurs peuvent être répartis exactement par rangées complètes de 15 places, ou par groupes complets de 18 places, mais si l'on essaie de former des blocs de 12 places, il reste à chaque fois 6 personnes dans la dernière rangée. En revanche, si on ajoute 6 chaises, la salle peut être exactement remplie par blocs de 12. *(Remarque : tout multiple de 18 et 15 laisse un reste de 0 ou 6 modulo 12 !)*

Quel est le **nombre exact de places** (multiple commun à 15 et 18, non divisible par 12) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Combien y a-t-il de multiples de 13 compris entre 1000 et 2000 ? Quelle est la somme du plus petit et du plus grand d'entre eux ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Pour vérifier un numéro de compte N, une banque calcule le reste de la division euclidienne de N par 97. On donne $N = 48\,500\,123$.

1. En décomposant N par blocs de 2 chiffres depuis la droite ($N = 48 \times 100^3 + 50 \times 100^2 + 1 \times 100 + 23$) et en utilisant $100 = 97 + 3$, expliquer comment remplacer les puissances de 100 par $3, 9$ et 27 pour trouver rapidement le reste modulo 97.
2. Calculer ce reste r (et vérifier directement à l'aide de $97 \times 5 = 485$).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Trouve les multiples communs de 4 et 6 entre 151 et 175, bornes incluses.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Donne tous les diviseurs positifs de 30.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Remplace l'unité de 1094 pour rendre le nombre divisible par 9. Donne toutes les possibilités.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Sans effectuer la division, décide si 15128 est divisible par 4 et s'il est divisible par 8.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Un paquet de 96 cartes doit être partagé entre 27 élèves en parts égales. Combien de cartes restent après avoir donné le maximum à chacun ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Énumère les paires de dimensions entières d'un rectangle de 96 cm², à rotation près.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Le nombre 305 peut-il être à la fois multiple de 5 et multiple de 10 ? Justifie.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Un nombre laisse un reste de 2 quand on le divise par 30. Quel est son reste si on lui ajoute 59 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Prouve que le produit de trois entiers consécutifs est divisible par 6.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Quel est le plus petit entier à trois chiffres divisible par 12 et 15 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

On considère le nombre $N = 7\,236$.

1. N est-il divisible par 4 ? par 9 ?
2. En déduire, sans division, s'il est divisible par 12, par 18 et par 36.
3. Est-il divisible par 15 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

1. Factoriser $8^k - 1$ par $8 - 1$ pour $k = 2$ et $k = 3$.
2. En déduire que $2^{3k} - 1$ est divisible par 7 pour tout entier $k \geq 1$.
3. Vérifier pour $2^{12} - 1$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Trouver tous les entiers n compris entre 200 et 300 tels que $n + 1$ soit divisible par 2, 3, 4, 5 et 6.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

1. Factoriser $10^6 - 1$ comme une différence de deux carrés.
2. En déduire la décomposition de 999 999 en facteurs premiers (on donne $999 = 3^3 \times 37$ et $1\,001 = 7 \times 11 \times 13$).
3. Combien 999 999 a-t-il de diviseurs ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

1. Combien y a-t-il de multiples de 7 entre 1 000 et 2 000 ?
2. Combien de multiples de 11 ?
3. Combien d'entiers de cet intervalle sont multiples de 7 ou de 11 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Démontrer que la somme de quatre entiers consécutifs n'est jamais divisible par 4.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

1. Le nombre de diviseurs de $N = p_1^{a_1} \times p_2^{a_2} \times \ldots$ vaut $(a_1 + 1)(a_2 + 1)\ldots$. Quelles formes peut avoir un nombre qui possède exactement 10 diviseurs ?
2. Trouver le plus petit entier ayant exactement 10 diviseurs.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

1. Montrer que le carré d'un entier donne un reste de 0 ou de 1 dans la division par 3.
2. En déduire que si $a^2 + b^2$ est divisible par 3, alors a et b sont tous deux divisibles par 3.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Le numéro ISBN-13 d'un livre commence par 978-2-07-036024, suivi d'une clé de contrôle c. Règle : on multiplie les chiffres alternativement par 1 et par 3 (en commençant par 1) ; la somme, augmentée de c, doit être un multiple de 10.

1. Calculer la clé c.
2. Un employé inverse par erreur les chiffres voisins 3 et 6 et écrit 978-2-07-063024-c avec la même clé. L'erreur est-elle détectée ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

1. Démontrer que le produit de quatre entiers consécutifs est divisible par 24.
2. Vérifier pour $5 \times 6 \times 7 \times 8$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Nombres premiers et décomposition

Exercice 1

Tester la primalité des quatre nombres suivants à l'aide du test jusqu'à $\sqrt{n}$ (s'ils sont composés, donner leur décomposition en facteurs premiers) :

1. 293
2. 323
3. 391
4. 409

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Décomposer les grands entiers suivants en produits de facteurs premiers :

1. 5040
2. 9240
3. 10 800

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

On pose $A = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$.

1. Calculer le **nombre total de diviseurs** de A.
2. À partir de la décomposition de A, trouver le plus petit entier $k \geq 1$ tel que $A \times k$ soit un carré parfait, et le plus petit entier $m \geq 1$ tel que $\dfrac{A}{m}$ soit un cube parfait.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

1. Trouver le **plus petit entier naturel** ayant exactement 18 **diviseurs**.
2. Combien de diviseurs possède 10^{10} ? *(Indice : décomposer 10^{10} en facteurs premiers.)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Soit un entier naturel $n \geq 2$ tel que $n^2 + n$ soit un nombre premier.

1. Factoriser $n^2 + n$ et expliquer pourquoi **aucun** entier $n \geq 2$ ne peut rendre $n^2 + n$ premier.
2. En est-il de même pour $n^2 - 1$ lorsque $n \geq 3$? Et pour $n = 2$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

1. Écrire 10! ($10! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 10$) sous la forme d'un produit de facteurs premiers.
2. Par combien de **zéros** se termine l'écriture décimale de 10! ? Et par combien de zéros se termine 25! ? *(Indice : compter les facteurs 2 et 5.)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Une énigme arithmétique :

- Trois frères ont des âges entiers dont le produit vaut 36.
- La somme de leurs âges est égale au numéro de la maison d'en face (que l'interlocuteur connaît, mais hésite encore !).
- L'aîné joue du piano.

Expliquer comment retrouver avec certitude les âges des trois frères (en listant toutes les décompositions de 36 en produit de 3 entiers).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

On appelle **nombre de Mersenne** tout nombre de la forme $M_p = 2^p - 1$.

1. Calculer M_2, M_3, M_5, M_7 et vérifier lesquels sont premiers.
2. Calculer $M_{11} = 2^{11} - 1 = 2047$ et montrer qu'il n'est **pas** premier en vérifiant sa divisibilité par 23.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Soit n un entier tel que $n = 2^a \times 3^b$ (avec $a, b \geq 1$). Sachant que n possède exactement 12 **diviseurs** et que la moitié de n possède 8 **diviseurs**, déterminer les exposants a et b, puis la valeur de n.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

À l'aide des décompositions en facteurs premiers (sans poser les grands produits), simplifier l'expression :

$$F = \frac{1764 \times 1250}{70 \times 35}$$

puis calculer exactement $\sqrt{F}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Décide si 107 est premier en limitant le nombre de divisions à tester.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Réfute l'affirmation « 119 est premier » à l'aide d'une égalité.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Décompose 300 en facteurs premiers.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Liste les nombres premiers compris entre 43 et 63, bornes incluses.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Donne un composé impair dont le plus petit facteur premier est 11.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Combien de diviseurs positifs possède 484 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Quel est le plus petit entier par lequel multiplier 22 pour obtenir un carré parfait ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Trouve deux nombres premiers dont le produit est 1177.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Un entier positif a pour facteurs premiers uniquement 3 et 7. Il a exactement 4 diviseurs et est divisible par 21. Trouve-le.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Donne la décomposition première de 2025 et indique si c'est un carré parfait.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Les nombres 211, 221, 401 et 403 sont-ils premiers ? Préciser jusqu'à quel nombre premier il faut tester.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

1. Décomposer $10! = 1 \times 2 \times ... \times 10$ en produit de facteurs premiers.
2. Combien de diviseurs possède 10! ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Trouver le plus petit entier ayant exactement 12 diviseurs. Justifier en étudiant les formes possibles.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

1. Montrer que $n^2 - 1$ n'est premier que pour $n = 2$.
2. Montrer que $n^2 + 4n + 3$ n'est jamais premier pour $n \geq 1$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

1. Calculer $p^2 - 1$ pour $p = 5, 7, 11, 13$. Que remarque-t-on ?
2. Démontrer que pour tout premier $p > 3$, $p^2 - 1$ est divisible par 24.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

1. Vérifier sur $(3; 5)$, $(5; 7)$ et $(11; 13)$ que le produit de deux nombres premiers jumeaux augmenté de 1 est un carré parfait.
2. Le démontrer en général.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

On donne $a = 2^4 \times 3^2 \times 7$ et $b = 2^2 \times 3^5 \times 5$.

1. Déterminer PGDC$(a; b)$ et PPMC$(a; b)$ sous forme factorisée.
2. Vérifier que PGDC $\times$ PPMC $= a \times b$ en comparant les exposants.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Un nombre est **parfait** s'il est égal à la somme de ses diviseurs autres que lui-même.

1. Vérifier que 28 est parfait.
2. On admet que si $2^p - 1$ est premier, alors $N = 2^{p-1}(2^p - 1)$ est parfait. Calculer N pour $p = 5$ et vérifier qu'il est parfait en calculant la somme de ses diviseurs.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

1. Factoriser $2^{12} - 1$ en utilisant $a^2 - b^2$, puis décomposer en facteurs premiers.
2. En déduire tous les nombres premiers qui divisent 4 095.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

1. À l'aide du crible d'Ératosthène, combien y a-t-il de nombres premiers inférieurs à 100 ?
2. Pourquoi, pour cribler jusqu'à 100, suffit-il de barrer les multiples de 2, 3, 5 et 7 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

PPMC et PGDC et problèmes

Exercice 1

1. Utiliser l'algorithme d'Euclide pour calculer PGDC$(2772; 1540)$, puis en déduire PPMC$(2772; 1540)$.
2. Rendre irréductible la fraction $\dfrac{1540}{2772}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Deux nombres entiers naturels a et b $(0 < a < b)$ vérifient :

$$\text{PGDC}(a; b) = 18 \qquad \text{et} \qquad \text{PPMC}(a; b) = 540$$

Trouver **tous les couples** $(a; b)$ solutions.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Un fleuriste dispose de 315 roses rouges, 420 tulipes jaunes et 525 marguerites blanches. Il souhaite confectionner le **plus grand nombre possible** de bouquets identiques en utilisant toutes les fleurs.

1. Combien de bouquets pourra-t-il composer ?
2. Quelle sera la composition exacte de chaque bouquet ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Une caisse parallélépipédique intérieure mesure 140 cm × 112 cm × 84 cm. On veut la remplir **entièrement**, sans aucun espace vide, avec des **cubes identiques** les plus grands possibles (d'arête entière en centimètres).

1. Quelle doit être la longueur de l'arête de chaque cube ?
2. Combien de cubes la caisse contiendra-t-elle au total ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Deux satellites tournent autour d'une planète sur des orbites circulaires coplanaires et dans le même sens. Le satellite A met 14 heures pour accomplir une orbite complète, tandis que le satellite B met 22 heures. À l'instant $t = 0$, ils sont alignés du même côté de la planète.

1. Au bout de combien d'heures (et de jours + heures) seront-ils à nouveau alignés à leur position de départ ?
2. Combien de révolutions aura alors accomplies chaque satellite ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

1. Quel est le plus petit entier naturel non nul qui, divisé par 12, 15 et 28, donne à chaque fois un **reste égal à** 5 ?
2. Quel est le plus grand entier inférieur à 1000 ayant cette même propriété ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Trois coureurs s'entraînent sur une piste circulaire. Ils partent ensemble de la ligne de départ :

- Léo fait un tour en 72 secondes ;
- Mia fait un tour en 80 secondes ;
- Noah fait un tour en 90 secondes.

1. Au bout de combien de minutes repasseront-ils **tous les trois ensemble** la ligne de départ pour la première fois ?
2. Combien de tours aura effectués chacun des trois coureurs à cet instant ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Lors d'une division euclidienne de deux entiers A et B, on note :

- 142 divisé par d laisse un reste de 10 ;
- 187 divisé par le même diviseur d laisse un reste de 11.

Déterminer toutes les valeurs possibles du diviseur d.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Calculer PGDC$(a;b)$ et PPMC$(a;b)$ pour les expressions littérales suivantes (où x, y, z désignent des nombres premiers distincts) :

$$a = x^3y^2z \qquad \text{et} \qquad b = x^2y^4$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Un artisan souhaite carreler une pièce rectangulaire de 4,80 m par 3,36 m avec des carreaux carrés identiques (de côté entier en cm, sans découpe et sans joint), et souhaite dépenser le moins possible :

- Type 1 : carreaux de 24 cm de côté à 3,20 CHF pièce ;
- Type 2 : carreaux de 48 cm de côté à 13,50 CHF pièce.

1. Les deux formats conviennent-ils pour carreler la pièce sans aucune découpe ? Quel est le plus grand côté entier possible (théorique) pour un carreau sans découpe ?
2. Calculer le nombre de carreaux et le coût total pour chacun des deux types, puis indiquer le choix le plus économique.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Deux signaux se déclenchent ensemble à midi. Ils se répètent toutes les 20 et 30 minutes. Après combien de minutes coïncident-ils à nouveau ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Répartis 20 ciseaux et 30 tubes de colle en un maximum de trousses identiques, sans reste. Décris une trousse.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Détermine le PGDC de 55 et 24 par divisions euclidiennes.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Écris le plus petit nombre positif divisible par 55 et 24.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Une planche mesure 20 dm sur 30 dm. Quelle est la plus grande longueur de côté d'un carreau carré entier qui pave la planche avec une grille parallèle aux bords ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Trouve deux entiers distincts dont le PGDC est 10 et le PPMC est 350.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Le PGDC de deux nombres est 10. Leur PPMC vaut 770. Un des nombres vaut 70. Quel est l'autre ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Trois voyants clignotent toutes les 20, 30 et 10 secondes. Ils viennent de clignoter ensemble. Quel est le délai jusqu'à la prochaine coïncidence ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Deux entiers A et B ont pour PGDC 14. Que vaut le PGDC de 3A et 3B ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Trouve le plus petit entier $n > 0$ tel que $n/12$, $n/18$ et $n/20$ soient tous entiers.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

1. Calculer $\mathrm{PGDC}(1\,071 ; 462)$ par l'algorithme d'Euclide.
2. En déduire $\mathrm{PPMC}(1\,071 ; 462)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

À partir des divisions de l'exercice précédent ($1\,071 = 462 \times 2 + 147$ et $462 = 147 \times 3 + 21$), trouver des entiers u et v tels que $1\,071u + 462v = 21$ (identité de Bézout).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Trouver tous les couples d'entiers $(a;b)$ avec $a<b$, $a+b=168$ et $\text{PGDC}(a;b)=24$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Deux satellites font le tour d'une planète en 84 minutes et en 126 minutes. Ils sont alignés avec la planète à midi.

Quand seront-ils de nouveau dans cette configuration ? Combien de tours chacun aura-t-il faits ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Une caisse de 140 cm $\times$ 105 cm $\times$ 70 cm doit être remplie exactement de cubes identiques, les plus grands possibles.

1. Quelle est l'arête des cubes ?
2. Combien de cubes faut-il ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Quel est le plus petit entier naturel qui, divisé par 12, 18 et 24, donne respectivement les restes 11, 17 et 23 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Calculer $\frac{5}{84}+\frac{7}{90}$ en utilisant le plus petit dénominateur commun.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

1. Démontrer que deux entiers consécutifs n et $n+1$ sont toujours premiers entre eux.
2. Que peut valoir $\text{PGDC}(n;n+2)$? Donner un exemple de chaque cas.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Deux roues dentées de 30 et 42 dents s'engrènent.

1. Après combien de dents engrenées retrouve-t-on la position initiale ?
2. Combien de tours chaque roue a-t-elle alors effectués ?
3. Pourquoi les horlogers préfèrent-ils des nombres de dents premiers entre eux ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Deux entiers a et b ont pour PGDC 12 et pour PPMC 360. On sait que $a=72$.

1. Calculer b.
2. Vérifier en calculant directement le PGDC et le PPMC.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Nombres relatifs (calculs et problèmes)

Exercice 1

Calculer les expressions numériques suivantes :

1. $A = -18 - (-25 + 14) + [9 - (31 - 12)]$
2. $B = \dfrac{(-4)^3 \times (-15) \times (-2)}{(-6) \times (-20) \times (-2)^2}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

On pose $x = -4$, $y = -3$ et $z = 2$. Calculer :

1. $E_1 = x^2 - 2xy + y^2$
2. $E_2 = x^3 - y^2 z + 3xyz$
3. $E_3 = \dfrac{x^2 - y^2}{x + y}$ *(puis expliquer ce résultat par une factorisation)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

On sait que :

- a et b sont deux nombres relatifs non nuls tels que $a \cdot b < 0$ et $a > b$;
- c est un nombre relatif non nul tel que $a \cdot b \cdot c > 0$.

1. Déterminer avec certitude le **signe** de chacun des nombres a, b et c.
2. Quel est alors le signe de $a - b$? Et celui de $\dfrac{b^3 \cdot c}{a^2}$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Sur la droite des nombres réels, on donne les points $A(-12{,}5)$, $B(+5{,}5)$ et $C(x_C)$.

1. Calculer l'abscisse du point I, milieu de $[AB]$, et la distance AB.
2. Déterminer l'abscisse x_C sachant que B est le milieu du segment $[AC]$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

On définit sur les nombres entiers la notion de **valeur absolue** $|x|$ (distance à zéro). Résoudre dans $\mathbb{Z}$ les équations et inéquations suivantes :

1. $|x - 3| = 5$
2. $|x + 2| \leq 3$ *(lister tous les entiers relatifs solutions)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Calculer la somme des 100 premiers termes de la suite alternée :

$$S = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \cdots + 99 - 100$$

Puis en déduire $T = 1 - 2 + 3 - 4 + \cdots + 99 - 100 + 101$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Lors d'un rallye d'orientation, chaque bonne réponse rapporte $+5$ points, chaque mauvaise réponse coûte -3 points, et une absence de réponse coûte -1 point. Le questionnaire comporte 30 questions.

1. Léa a obtenu 18 bonnes réponses, 7 mauvaises et a laissé les autres sans réponse. Quel est son score final ?
2. Marc a répondu à toutes les questions (0 sans réponse) et a obtenu un score total de $+54$ points. Combien de bonnes réponses a-t-il données ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Dans un repère orthonormé, un triangle a pour sommets $A(-3;-4)$, $B(5;-4)$ et $C(1;2)$.

1. Montrer que le triangle ABC est **isocèle en** C en calculant les longueurs AC et BC.
2. Calculer les coordonnées du point D tel que le quadrilatère $ACBD$ soit un **losange**.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Calculer le produit de tous les entiers relatifs k vérifiant $-2026 \leq k \leq 2026$, puis la somme de tous ces entiers.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

On considère la fonction définie par $f(x) = -x^3 + 4x$.

1. Calculer $f(-3)$, $f(-2)$, $f(-1)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$ et $f(3)$.
2. Que remarque-t-on en comparant $f(-x)$ et $f(x)$? Démontrer cette propriété algébriquement pour tout réel x.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

À l'aube le thermomètre indique -13 °C. Il monte de 26 °C puis perd 9 °C. Quelle est la température finale ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Un plongeur remonte de 13 m et se retrouve à -9 m par rapport à la surface. Quelle était sa position initiale ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Classe dans l'ordre croissant -13, 13, -9, 0 et 9.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Quelle est la distance entre -13 et 26 sur une droite graduée ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Calcule $(-13) \times (-9) - 26$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Calcule $(-117) \div 9 + (-26)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Trouve le nombre manquant dans $\square - (-9) = -26$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Sur un axe, le milieu de deux points est -13. L'un des points est à 9. Où est l'autre ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Calcule le produit de tous les entiers de -5 à -1.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Un compte affiche -18 CHF puis passe à $+7$ CHF après deux mouvements de même montant. Quel est le montant de chaque mouvement ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Calculer :

1. $A = (-2)^3 \times (-3)^2 - (-1)^5$
2. $B = -2^4 - (-2)^4$
3. $C = \frac{(-6)^2 - 4 \times (-3)}{(-2)^3}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

1. Calculer $|-7| + |3-10|$ et $|-5+2| - |-5| + |2|$.
2. Résoudre $|x-2| = 5$.
3. Résoudre $|2x+1| = 7$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Résoudre et donner les solutions sous forme d'intervalle :

1. $-3x + 4 > 10$
2. $5 - 2x \leq 3x - 10$
3. $-1 < 2x + 3 \leq 9$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

On donne $I = [-3; 5]$ et $J =]-1; 8]$.

1. Représenter I et J sur une droite graduée.
2. Déterminer $I \cap J$ et $I \cup J$.
3. Les nombres -1, 5 et 8 appartiennent-ils à $I \cap J$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Étudier le signe de $P(x) = (x+2)(x-1)(x-4)$ à l'aide d'un tableau de signes, puis résoudre $P(x) < 0$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

On donne $a = -2$ et $b = -3$. Calculer :

1. $a^2b - ab^2$
2. $(a-b)^3$
3. $\frac{a}{b} - \frac{b}{a}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Sur une droite graduée, on place $A(-4{,}5)$ et $B(7)$.

1. Calculer la distance AB.
2. Calculer l'abscisse du milieu M de $[AB]$.
3. Calculer l'abscisse du point C tel que B soit le milieu de $[AC]$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Un compte bancaire affiche -350 CHF. Chaque mois, on y verse 120 CHF (sans autre mouvement).

1. Exprimer le solde $s(n)$ après n mois.
2. Après combien de mois le solde devient-il positif ?
3. Après combien de mois atteint-il au moins 250 CHF ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

On considère la suite 3 ; -6 ; 12 ; -24 ; … où chaque terme est obtenu en multipliant le précédent par -2.

1. Écrire les 7 premiers termes.
2. Calculer la somme des 5 premiers termes.
3. Quel est le signe du 20e terme ? Donner sa valeur sous forme de puissance.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

1. $|x| < 3$
2. $|x-1| \geq 2$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Fractions et nombres rationnels (calculs et problèmes)

Exercice 1

Calculer et donner chaque résultat sous forme de **fraction irréductible** :

1. $A = \left(\frac{5}{6} - \frac{7}{9}\right) \div \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{4}\right)$
2. $B = \dfrac{\frac{3}{4} - \frac{2}{3} + \frac{1}{6}}{\frac{5}{2} - \frac{5}{6}}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

1. Convertir les écritures décimales périodiques suivantes en **fractions irréductibles** :
   a) $0{,}\overline{27}$ b) $2{,}1\overline{45}$
2. Inversement, trouver la **période** et le 2026e **chiffre après la virgule** du développement décimal de $\frac{5}{7}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Calculer la **moyenne harmonique** H de deux nombres a et b, définie par $\frac{1}{H} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ (soit $H = \frac{2ab}{a+b}$), pour :

1. $a = \frac{2}{3}$ et $b = \frac{4}{5}$
2. $a = 60$ et $b = 90$ *(et expliquer à quel problème concret correspond ce calcul)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Un héritage est partagé entre quatre bénéficiaires :

- le premier reçoit $\frac{1}{3}$ de la somme totale ;
- le deuxième reçoit $\frac{2}{5}$ du **reste** ;
- le troisième reçoit $\frac{3}{4}$ de ce qui reste après les deux premiers ;
- le quatrième reçoit les 25 000 CHF restants.

Quelle fraction de la somme totale revient au quatrième bénéficiaire, et quel était le montant total de l'héritage ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Un bassin est équipé de trois vannes :

- la vanne A seule le remplit en 4 h ;
- la vanne B seule le remplit en 6 h ;
- la vanne de vidange C seule le vide complètement en 12 h.

Si l'on ouvre simultanément les trois vannes alors que le bassin est initialement vide, en combien de temps le bassin sera-t-il entièrement rempli ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Calculer la somme télescopique suivante sans réduire toutes les fractions au même dénominateur :

$$S = \frac{1}{1\times 2} + \frac{1}{2\times 3} + \frac{1}{3\times 4} + \cdots + \frac{1}{99\times 100}$$

(Indice : vérifier d'abord que $\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$ *pour tout entier* $k \geq 1$*.)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Comparer les fractions suivantes sans utiliser la calculatrice :

1. $\frac{17}{23}$ et $\frac{19}{25}$ *(méthode du complément à 1 ou du produit en croix)*
2. $-\frac{13}{15}$ et $-\frac{17}{20}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Calculer la **fraction continue** suivante :

$$C = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{4}}}$$

et vérifier qu'elle est strictement comprise entre $\frac{4}{3}$ et $\frac{3}{2}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Un commerçant vend d'abord les $\frac{3}{7}$ de son stock de pommes le matin, puis les $\frac{5}{8}$ de ce qu'il lui restait l'après-midi. Il lui reste alors 45 kg invendus en fin de journée.

1. Quelle quantité totale de pommes avait-il le matin avant l'ouverture ?
2. Quelle masse a-t-il vendue l'après-midi ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

On pose $x = \frac{3}{4}$ et $y = -\frac{2}{5}$. Calculer sous forme de fraction irréductible :

$$K = \frac{x + y}{1 - x \cdot y}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Additionne $\frac{5}{12}$ et $\frac{4}{7}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Un bac est rempli aux $\frac{5}{12}$. On retire $\frac{1}{7}$ de sa capacité. Quelle fraction de la capacité reste remplie ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Calcule $\frac{5}{12}$ fois $\frac{4}{7}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Une corde de $\frac{5}{12}$ m est découpée en morceaux de $\frac{5}{72}$ m. Combien de morceaux entiers obtient-on ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Compare $\frac{5}{12}$ et $\frac{4}{7}$ sans passer par des décimales.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Trouve une fraction strictement comprise entre $\frac{5}{12}$ et $\frac{1}{2}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Une classe a 36 élèves. Les $\frac{5}{12}$ viennent à pied. Parmi ceux qui viennent à pied, un tiers apporte un parapluie. Combien sont-ils ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Convertis $\frac{1}{2}$ en écriture décimale.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Calcule $1/(1-2/5)$ puis donne son écriture fractionnaire réduite.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Quel nombre rationnel faut-il multiplier par $-3/7$ pour obtenir $5/14$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Calculer et simplifier :

$$A = \frac{\frac{2}{3} - \frac{5}{4}}{\frac{1}{6} + \frac{3}{8}}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

1. Vérifier que $\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} = \frac{1}{k(k+1)}$.
2. En déduire la valeur de $S = \frac{1}{1\times 2} + \frac{1}{2\times 3} + \ldots + \frac{1}{9\times 10}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Écrire sous forme de fraction irréductible :

1. 0,1666 ... (le 6 se répète)
2. 2,363636 ...

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Une voiture fait un aller à 80 km/h et le retour sur la même route à 120 km/h.

1. En notant d la distance, exprimer la durée totale.
2. Montrer que la vitesse moyenne vaut $\frac{2}{\frac{1}{80}+\frac{1}{120}}$ et la calculer.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Julie dépense d'abord le quart de son argent, puis les $\frac{2}{5}$ du reste, puis le tiers du nouveau reste. Il lui reste 45 CHF.

1. Quelle fraction de son argent lui reste-t-il ?
2. Combien avait-elle au départ ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

1. Comparer $\frac{17}{23}$ et $\frac{18}{25}$ sans calculatrice.
2. Montrer que la fraction $\frac{a+c}{b+d}$ (la « médiante ») est toujours comprise entre $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ (pour des nombres positifs avec $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$). Application : trouver une fraction entre $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{2}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Calculer la fraction continue :

$$F = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{4}}}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Trois robinets remplissent seuls un bassin en 4 h, 6 h et 12 h.

1. En combien de temps le remplissent-ils ensemble ?
2. Les deux premiers sont ouverts pendant une heure, puis on ferme le premier. Combien de temps faut-il encore pour finir avec les deux autres ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Simplifier en précisant les valeurs interdites :

1. $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1}$
2. $\frac{x}{x+2} - \frac{2}{x}$
3. $\frac{x^2-1}{x} \div \frac{x+1}{x^2}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Les Égyptiens écrivaient les fractions comme sommes de fractions unitaires distinctes. La méthode gloutonne consiste à retirer chaque fois la plus grande fraction unitaire possible.

1. Appliquer la méthode à $\frac{4}{5}$.
2. Appliquer la méthode à $\frac{5}{6}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Priorité des opérations

Exercice 1

Calculer en respectant scrupuleusement toutes les priorités :

1. $A = -4^2 + (-2)^3 \times [7 - 3 \times (5 - 8)]$
2. $B = \dfrac{(-3)^3 - 5 \times (-2)^2}{(-1)^{15} - 2^4 \div 8}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Calculer et donner sous forme de fraction irréductible :

1. $C = \left(\dfrac{2}{3} - \dfrac{5}{4}\right)^2 \div \left(\dfrac{7}{12} - 1\right)$
2. $D = \dfrac{3}{5} - \dfrac{2}{5} \times \left(2 - \dfrac{1}{2}\right)^3$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Calculer les expressions contenant des radicaux et des puissances négatives :

1. $E = 2^{-1} + 3 \times \sqrt{5^2 - 3^2} - 4 \times 5^{-1}$
2. $F = \dfrac{\sqrt{10^2 - 6^2} + (-2)^4}{3^{-2} \times 54}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Évaluer l'expression algébrique suivante pour $x = -\dfrac{1}{2}$ et $y = 3$ en détaillant l'ordre des opérations :

$$P = 4x^2 - 3x(y - 2x)^2 + y^{-1}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Sans changer l'ordre des quatre nombres 2, 3, 4, 5, placer des signes opératoires $(+, -, \times, \div)$ et des parenthèses si nécessaire pour obtenir exactement :

1. 1
2. 25
3. 50

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Développer et réduire l'expression littérale suivante en respectant les priorités opératoires :

$$A(x) = 3x - 2(x-4)^2 + x(2x+1)$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Calculer l'expression suivante en transformant les nombres décimaux et pourcentages en fractions ou en travaillant de manière cohérente :

$$M = 40\% \text{ de } 75 - 0{,}25^{-1} \times \left(\frac{3}{2} - 0{,}5^2\right)$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Voici un calcul présenté par un élève :

$$X = 12 - 2(3-5)^2 \div 4 + 1$$

Élève : « $3-5=-2$, *puis* $2\times(-2)=-4$, *puis* $(-4)^2=16$, *puis* $16\div 4=4$, *donc* $12-4+1=9$. »

Identifier les **deux erreurs** de priorité commises par l'élève et donner la valeur exacte de X.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

On considère l'expression :

$$N = \frac{\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{3} \times \dfrac{3}{4}}{\left(\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{3}\right) \times \dfrac{3}{4}}$$

Calculer N et expliquer pourquoi les parenthèses au dénominateur changent complètement le résultat par rapport au numérateur.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Calculer la valeur exacte de l'expression suivante :

$$Z = \left[(-2)^4 - 3 \times \left(5 - \sqrt{49}\right)^3\right] \div \left(\frac{3}{2} - \frac{5}{6}\right) + (-1)^{2026}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Calcule $9 + 5 \times 6$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Calcule $(9 + 5) \times 6$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Calcule $45 \div 5 \times 6$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Calcule $81 - 5^2 + 6$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Dans $9 + 5 \times 6 - 5$, ajoute une seule paire de parenthèses pour obtenir 79.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Compare $(-5)^2$ et -5^2.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Calcule $63 \div [(6 + 5) - (5 - 1)]$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Calcule $9 - (2 + 5)^2 \div 7$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Calcule $18 - [2^3 - (5 - 9)^2]$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Calcule $24 \div (6 - 2)^2 + 3$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Calculer :

1. $A = -3^2 + (-3)^2 - 2 \times (-3)^3$
2. $B = [(-2)^3 - (-3)^2] \div (-17)$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Calculer et donner le résultat sous forme irréductible :

$$C = \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right)^2 \div \left(-\frac{1}{6}\right)$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Calculer :

1. $D = \sqrt{5^2 - 4^2} + \sqrt[3]{-27}$
2. $E = 2 \times 10^3 - 5 \times 10^2 \times 4 + 10^4 \div 10^2$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

On donne $a = -1$ et $b = 2$. Calculer $F = \frac{(a-b)^2}{a^2+b} - a \times b$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Calculer :

$$G = 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Dans un tableur, la cellule $A1$ contient -2 et la cellule $B1$ la formule `=2*A1^2-3*(A1-1)`.

1. Quelle valeur s'affiche dans $B1$?
2. Un élève tape `=-A1^2` et obtient -4… ou 4 selon le logiciel. Expliquer l'ambiguïté et proposer une écriture sans ambiguïté pour obtenir $-(A1^2)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Écrire les nombres 1, 2, 3, 4 et 5 en utilisant exactement quatre fois le chiffre 4 et les opérations usuelles (avec parenthèses).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Les égalités suivantes sont-elles correctes ? Corriger si nécessaire.

1. $-2^2 = 4$
2. $\frac{a+b}{c} = a + \frac{b}{c}$
3. $(2+3)^2 = 2^2 + 3^2$
4. $\sqrt{9+16} = 3 + 4$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Calculer en respectant les priorités :

$$H = \frac{2^{-1} + 3^{-1}}{2^{-1} - 3^{-1}}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Traduire par une expression puis calculer pour $x = -3$:

1. « L'opposé du carré de x, augmenté du triple de x. »
2. « Le carré de l'opposé de x, diminué du quotient de x par 3. »
3. « L'inverse de la somme de x et de 5. »

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Puissances et problèmes

Exercice 1

Simplifier les expressions suivantes en n'utilisant que des **exposants positifs** ($a, b \neq 0$) :

1. $A = \dfrac{(3a^{-2}b^3)^2 \cdot a^7}{9ab^{-1}}$
2. $B = \left(\dfrac{2x^3}{y^{-2}}\right)^{-3} \times 16x^{10}y^{-4}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Calculer la valeur exacte (entier ou fraction irréductible) en décomposant chaque base en facteurs premiers :

1. $P = \dfrac{12^4 \times 15^{-2}}{18^2 \times 10^{-3}}$
2. $Q = \dfrac{25^3 \times 8^4}{5^4 \times 4^6}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Simplifier les sommes algébriques de puissances suivantes :

1. $S = \dfrac{3^{12} + 3^{12} + 3^{12}}{9^5}$
2. $T = \dfrac{2^{n+2} - 2^n}{3 \cdot 2^{n-1}}$ *(pour tout entier n)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Résoudre les équations exponentielles suivantes ($x \in \mathbb{R}$ ou $\mathbb{Z}$) :

1. $2^{3x-1} = \dfrac{1}{32}$
2. $9^x = 27^{x-2}$
3. $\left(\dfrac{2}{3}\right)^x = \dfrac{81}{16}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Un isotope radioactif a une **demi-vie** de 8 jours : cela signifie que sa masse est divisée par 2 tous les 8 jours. On dispose initialement d'un échantillon de $m_0 = 640$ mg.

1. Quelle masse reste-t-il au bout de 24 jours ? Et au bout de 40 jours ?
2. Exprimer la masse restante $m(n)$ au bout de n périodes de 8 jours, puis au bout de t jours (t multiple de 8).
3. Au bout de combien de jours la masse restante devient-elle inférieure à 1 mg ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

1. Écrire $16^8 \times 5^{25}$ sous la forme $a \times 10^n$ (avec $1 \leq a < 10$), et en déduire combien de **chiffres** possède ce nombre en écriture décimale.
2. Classer par ordre croissant sans calculatrice : 2^{40}, 3^{30} et 5^{20}.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Lors d'une épidémie informatique, un virus envoie 3 copies de lui-même au bout d'une minute depuis chaque machine infectée, puis devient inactif sur la machine émettrice (à $t = 0$, 1 machine est infectée ; à $t = 1$ min, 3 nouvelles machines sont infectées ; à $t = 2$ min, 9 nouvelles machines, etc.).

1. Exprimer le nombre de **nouvelles** machines infectées à la minute n, et le nombre **total cumulé** d'ordinateurs infectés de $t = 0$ à $t = 5$ min.
2. Montrer que $1 + 3 + 3^2 + \cdots + 3^n = \dfrac{3^{n+1} - 1}{2}$ en multipliant $S = 1 + 3 + \cdots + 3^n$ par 3 et en calculant $3S - S$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

On rappelle les puissances fractionnaires : pour $a > 0$, $a^{1/2} = \sqrt{a}$ et $a^{1/3} = \sqrt[3]{a}$. En appliquant les mêmes règles de calcul sur les exposants, calculer :

1. $16^{1/2}$ 2. $27^{2/3} = (27^{1/3})^2$ 3. $8^{-2/3}$ 4. $25^{1/2} \times 125^{1/3}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

La puissance lumineuse I reçue par un capteur diminue selon la loi de l'inverse du carré de la distance : $I(d) = \dfrac{k}{d^2} = k \cdot d^{-2}$.

1. À une distance $d_1 = 2$ m, le capteur mesure $I_1 = 450$ W/m^2. Calculer la constante k puis l'intensité I_2 reçue à $d_2 = 6$ m.
2. Si l'on souhaite diviser l'intensité lumineuse reçue par 25, par quel facteur faut-il multiplier la distance d ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

1. Simplifier l'expression suivante en puissance unique de x ($x > 0$) :

$$E = \frac{(x^{-2})^3 \cdot x^4}{\left(x^{-1/2}\right)^4}$$

2. Quelle est sa valeur exacte pour $x = 1$ et pour $x = 10$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Calcule 4^3.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Réduis $4^4 \times 4^5$ à une puissance.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Réduis $5^7 \div 5^3$ à une puissance.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Écris $(4^2)^5$ sous forme d'une seule puissance.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Calcule $4^0 + 5^1$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Compare 4^2 et 5^2. Donne leur différence positive.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Une culture compte 5 cellules et son effectif double 4 fois. Quel est l'effectif final ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Écris 4^{-2} comme une fraction.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Simplifie $(2^5 \times 4^{-1}) \div 8^{-1}$ en une seule puissance de 2.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

On dispose 10^4 petits carrés de côté 10^{-3} m sans les faire se chevaucher. Quelle aire totale couvrent-ils ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Simplifier $(a, b, x, y \neq 0)$:

1. $\frac{(a^2b^3)^2}{a^3b}$
2. $(2x^{-1}y^2)^{-3}$
3. $\frac{6x^3y^{-2}}{9x^{-1}y}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Résoudre :

1. $3^{2x} = 81$
2. $4^x = 8$
3. $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 16$
4. $25^{x+1} = 125$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

1. Trouver le plus petit entier n tel que $2^n > 10^6$ (on pourra utiliser $2^{10} = 1\,024$).
2. Comparer 2^{50} et 3^{30} sans calculatrice.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

1. Calculer $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4$ et comparer avec 2^5.
2. On admet que $1 + 2 + ... + 2^n = 2^{n+1} - 1$. Calculer $1 + 2 + ... + 2^{10}$.
3. Démontrer la formule en calculant $2S - S$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Un isotope radioactif a une demi-vie de 8 jours (sa quantité est divisée par 2 tous les 8 jours). On dispose de 160 mg.

1. Quelle quantité reste-t-il après 40 jours ?
2. Exprimer la quantité après t jours.
3. Après combien de jours reste-t-il moins de 1 mg ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Simplifier :

1. $2^n + 2^n$
2. $3^n + 3^n + 3^n$
3. $4^5 + 4^5 + 4^5 + 4^5$ (en puissance de 2)
4. $\frac{2^{n+3} - 2^{n+1}}{2^n}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Quel est le chiffre des unités de 7^7 ? Et de 7^{77} ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Calculer en notation scientifique :

1. $(2{,}5 \times 10^{-3})^2 \times 4 \times 10^8$
2. $\frac{(6 \times 10^4)^2}{9 \times 10^{-2}}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Un capital de 5 000 CHF est placé à 3 % d'intérêts composés par an.

1. Exprimer le capital $C(n)$ après n années.
2. Calculer $C(10)$ (au franc près).
3. Avec la calculatrice, déterminer après combien d'années le capital aura doublé.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

1. Écrire $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{5}$ et $\frac{1}{\sqrt{x}}$ sous forme de puissances.
2. Calculer $8^{\frac{2}{3}}$, $27^{-\frac{1}{3}}$ et $16^{\frac{3}{4}}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Racines et problèmes

Exercice 1

Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec b entier le plus petit possible :

1. $A = 4\sqrt{45} - 2\sqrt{80} + \sqrt{125}$
2. $B = \sqrt{28} \times \sqrt{63}$ *(calculer de deux manières : en simplifiant avant et en multipliant sous la racine)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Développer et réduire au maximum à l'aide des identités remarquables :

1. $C = (2\sqrt{3} + 5)^2$
2. $D = (3\sqrt{2} - 2\sqrt{5})^2$
3. $E = (4\sqrt{3} - \sqrt{7})(4\sqrt{3} + \sqrt{7})$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Rendre rationnel le dénominateur des fractions suivantes (sans radical au dénominateur) :

1. $\dfrac{12}{\sqrt{3}}$ 2. $\dfrac{10}{3\sqrt{5}}$ 3. $\dfrac{4}{\sqrt{5}-1}$ *(multiplier par l'expression conjuguée $\sqrt{5}+1$)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes contenant un carré ou une racine carrée ($x \geq 0$ sous le radical) :

1. $(x-3)^2 = 18$ *(donner les valeurs exactes sous forme $a \pm b\sqrt{c}$)*
2. $2\sqrt{x} - 5 = 7$
3. $\sqrt{3x+4} = 5$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Simplifier et montrer que les deux nombres suivants sont en réalité des **entiers naturels** :

1. $A = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$ *(Indice : calculer A^2 ou vérifier que $(2 \pm \sqrt{3})^2 = 7 \pm 4\sqrt{3}$.)*
2. $B = \sqrt[3]{24} \times \sqrt[3]{9}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

On donne un rectangle dont les dimensions exactes sont $L = (\sqrt{7} + \sqrt{3})$ cm et $\ell = (\sqrt{7} - \sqrt{3})$ cm.

1. Calculer le **périmètre exact** et l'**aire exacte** de ce rectangle.
2. Calculer la **longueur exacte de sa diagonale** d.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Le **format de papier A4** (ainsi que A3, A5, …) a la propriété remarquable que si l'on coupe une feuille en deux dans sa longueur, le demi-rectangle obtenu a exactement les **mêmes proportions** (même rapport longueur / largeur $k = \frac{L}{\ell}$) que la feuille d'origine.

1. Traduire cette propriété en montrant que $\dfrac{L}{\ell} = \dfrac{\ell}{L/2}$, et en déduire la valeur exacte du rapport $k = \dfrac{L}{\ell}$.
2. Une feuille A4 a une largeur $\ell = 21{,}0$ cm. Quelle devrait être sa longueur théorique (arrondie au millimètre) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

On donne le **nombre d'or** $\Phi = \dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

1. Calculer Φ^2 puis $\Phi + 1$ et vérifier que $\Phi^2 = \Phi + 1$.
2. À l'aide de cette relation (ou par l'expression conjuguée), montrer que $\dfrac{1}{\Phi} = \Phi - 1 = \dfrac{\sqrt{5} - 1}{2}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Dans un triangle ABC, on donne les trois longueurs exactes :

$$AB = 3\sqrt{2} \text{ cm}, \qquad AC = 2\sqrt{7} \text{ cm}, \qquad BC = \sqrt{46} \text{ cm}$$

1. Ce triangle est-il rectangle ? Justifier rigoureusement.
2. Calculer le **périmètre** approché à 0,01 cm près et l'**aire exacte** du triangle ABC (sous forme $a\sqrt{b}$).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

On considère une pyramide régulière à base carrée dont le volume vaut $V = 240$ cm^3 et la hauteur vaut $h = 10$ cm.

1. Calculer l'aire de la base carrée, puis donner la **valeur exacte** (sous la forme $a\sqrt{b}$) de la longueur c du côté de la base.
2. En déduire la longueur exacte de la diagonale d de cette base carrée.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Calcule $\sqrt{36}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Encadre $\sqrt{84}$ entre deux entiers consécutifs.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Simplifie $\sqrt{108}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Calcule $\sqrt{2916} \div \sqrt{81}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Un carré a une aire de 81 m². Quel est le coût d'une bordure à 6 CHF par mètre ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Résous $x^2 = 36$ dans les réels.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Calcule $\sqrt{(-9)^2}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Simplifie $\sqrt{180} + \sqrt{25 \times 5}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Simplifie $\sqrt{72} - \sqrt{8} + \sqrt{18}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Donne un encadrement de $\sqrt{70}$ au dixième.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Simplifier :

1. $\sqrt{72} + \sqrt{50} - \sqrt{98}$
2. $3\sqrt{20} - 2\sqrt{45} + \sqrt{80}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Développer et simplifier :

1. $(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})$
2. $(3 - 2\sqrt{2})^2$
3. $(1 + \sqrt{3})^3$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Rendre rationnel le dénominateur :

1. $\frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$
2. $\frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Résoudre :

1. $\sqrt{x+3} = 5$
2. $\sqrt{2x-1} = x-2$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

1. Développer $(1+\sqrt{2})^2$.
2. En déduire une écriture simplifiée de $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$.
3. Simplifier de même $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$ (chercher $(a-\sqrt{3})^2$).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Comparer sans calculatrice $\sqrt{3}+\sqrt{5}$ et $\sqrt{2}+\sqrt{6}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Simplifier :

1. $\sqrt[3]{54}$
2. $\sqrt[3]{16}+\sqrt[3]{54}$
3. $\sqrt[3]{-125}\times\sqrt{0{,}04}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Calculer :

1. $8^{\frac{2}{3}}$
2. $27^{-\frac{1}{3}}$
3. $\left(\frac{4}{9}\right)^{-\frac{3}{2}}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Un triangle équilatéral a pour côté $\sqrt{12}$ cm.

1. Calculer sa hauteur.
2. Calculer son aire (valeur exacte).
3. Quel doit être le côté pour que l'aire vaille $\sqrt{3}$ cm^2 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Un pavé droit mesure 1, 2 et 2 dm.

1. Calculer la longueur de sa grande diagonale.
2. Un cube a une grande diagonale de 6 cm. Calculer son arête (valeur exacte, rationalisée) et son volume.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Notation scientifique et problèmes

Exercice 1

Calculer et donner les résultats en **notation scientifique** :

1. $A = \dfrac{3{,}6 \times 10^{-5} \times (2 \times 10^{4})^{3}}{1{,}2 \times 10^{2}}$
2. $B = 4{,}2 \times 10^{-6} + 7{,}8 \times 10^{-7} - 9{,}8 \times 10^{-8}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

On donne le nombre $X = 6{,}25 \times 10^{-8}$. Calculer en notation scientifique :

1. X^2
2. $\sqrt{X}$
3. X^{-1}

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Dans un litre d'eau de mer, on estime la masse d'or dissous à environ $4{,}0 \times 10^{-9}$ g. Le volume total des océans sur Terre est estimé à $1{,}35 \times 10^{9}$ km^3.

1. Convertir le volume des océans en **litres** (1 km^3 $= 10^{12}$ L) en notation scientifique.
2. En déduire la masse totale théorique d'or contenue dans tous les océans, en **grammes** puis en **tonnes** (en notation scientifique).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

L'étoile la plus proche de notre système solaire, Proxima du Centaure, se trouve à une distance $d = 4{,}24$ années-lumière (al). On prend 1 al $= 9{,}46 \times 10^{12}$ km.

1. Calculer la distance d en kilomètres (notation scientifique à 3 chiffres significatifs).
2. La sonde la plus rapide lancée par l'humanité (Parker Solar Probe, vitesse max environ $1{,}9 \times 10^{2}$ km/s) voyageait-elle à vitesse constante vers Proxima, combien d'années lui faudrait-il pour l'atteindre ? *(Prendre 1 an $\approx 3{,}156 \times 10^{7}$ s.)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Un cheveu humain pousse à une vitesse moyenne de 1,2 cm par mois (de 30 jours).

1. Convertir cette vitesse de croissance en **mètres par seconde** (m/s), en notation scientifique (arrondie à 2 chiffres significatifs).
2. En admettant que la taille d'un atome soit d'environ 10^{-10} m, combien de couches d'atomes s'empilent en moyenne par seconde lors de la pousse d'un cheveu ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Selon le nombre d'Avogadro, 18 g d'eau contiennent $6{,}02 \times 10^{23}$ molécules d'eau.

1. Calculer en notation scientifique la masse (en kg) d'une **seule** molécule d'eau.
2. Une piscine olympique contient $2{,}5 \times 10^{6}$ L d'eau (soit $2{,}5 \times 10^{6}$ kg). Calculer le nombre de molécules d'eau contenues dans cette piscine (arrondi à 2 chiffres significatifs).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Dans un processeur moderne gravé en 3 nm ($1\text{ nm} = 10^{-9}$ m), une puce carrée de 1,2 cm de côté contient $2{,}4 \times 10^{10}$ transistors.

1. Quelle est l'aire de la puce en m^2 et l'aire moyenne occupée par un transistor (en m^2 et en nm^2, en notation scientifique) ?
2. Si l'on pouvait empiler côte à côte tous ces transistors à la taille d'un timbre, quelle est la longueur d'un côté d'un carré ayant la surface moyenne d'un transistor (arrondie au nanomètre) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

La Terre décrit une orbite quasiment circulaire autour du Soleil de rayon $R = 1{,}50 \times 10^{11}$ m en 1 an = 365,25 jours.

1. Calculer la circonférence de l'orbite terrestre (en m, notation scientifique à 3 chiffres significatifs).
2. En déduire la **vitesse orbitale** moyenne de la Terre autour du Soleil en m/s, puis en km/h (en notation scientifique).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Déterminer l'**ordre de grandeur** (puissance de 10 la plus proche, après mise en notation scientifique) des expressions suivantes :

1. $A = \dfrac{48\,200 \times 0{,}000\,039}{0{,}0021}$
2. $B = \sqrt{8{,}9 \times 10^{13}}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

La puissance moyenne rayonnée par le Soleil vaut $P = 3{,}83 \times 10^{26}$ W. D'après la célèbre relation d'Einstein $E = \Delta m \cdot c^2$ (avec $c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m/s et 1 W = 1 J/s), ce rayonnement provient de la conversion d'une fraction de la masse du Soleil en énergie.

1. Quelle énergie totale E (en joules, notation scientifique) rayonne le Soleil en une seconde ? Et en une heure (3600 s) ?
2. En déduire la perte de masse Δm du Soleil **chaque seconde** (en kg puis en millions de tonnes).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Écris 523000 en notation scientifique.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Écris 0,000067 en notation scientifique.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Donne l'écriture décimale de $5{,}08 \times 10^{4}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Donne l'écriture décimale de $6{,}5 \times 10^{-3}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Compare $5{,}9 \times 10^{5}$ et 6×10^{4}.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Additionne 5×10^{6} et 2×10^{5}.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Divise 10×10^{8} par 2×10^{3}.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Un colis contient 2×10^{3} billes de masse 6×10^{-4} kg chacune. Donne la masse totale en kg.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Calcule $(4{,}8 \times 10^{-6})/(1{,}2 \times 10^{3})$ et donne la notation scientifique du résultat.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Soustrais $7{,}9 \times 10^{4}$ de 8×10^{4} et donne la notation scientifique du résultat.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

La masse de la Terre vaut $5{,}97 \times 10^{24}$ kg et celle de la Lune $7{,}35 \times 10^{22}$ kg.

1. Combien de fois la Terre est-elle plus massive que la Lune ?
2. Calculer la masse totale du système Terre–Lune en notation scientifique.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Calculer et donner le résultat en notation scientifique :

1. $\frac{3{,}2\times10^{-4}\times5\times10^{7}}{8\times10^{2}}$
2. $(7\times10^{5})\times(8\times10^{3})$
3. $4{,}5\times10^{6}+3{,}2\times10^{5}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Un disque dur a une capacité de 1 To $= 10^{12}$ octets. Une photo occupe en moyenne 4 Mo $= 4\times10^{6}$ octets.

1. Combien de photos peut-on stocker ?
2. Un film occupe $1{,}5\times10^{9}$ octets. Combien de films ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Une mole contient $6{,}022\times10^{23}$ entités. Une mole d'eau a une masse de 18 g.

1. Combien de moles contient 1 L d'eau (1 000 g) ?
2. Combien de molécules d'eau contient 1 L (notation scientifique, 3 chiffres significatifs) ?
3. Quelle est la masse d'une molécule d'eau ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Neptune est à environ $4{,}5\times10^{9}$ km du Soleil. La lumière se déplace à 3×10^{5} km/s.

1. Combien de temps la lumière du Soleil met-elle pour atteindre Neptune (en heures) ?
2. La sonde Voyager 2 a mis environ 12 ans pour y arriver. Calculer sa vitesse moyenne en km/h.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Arrondir à 2 puis à 4 chiffres significatifs :

1. $6{,}022\,14\times10^{23}$
2. $0{,}000\,299\,79$
3. $1\,234\,567$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Une cellule humaine mesure environ $10\,\mu$m et un atome environ 10^{-10} m.

1. Exprimer la taille de la cellule en mètres.
2. Combien d'atomes peut-on aligner sur le diamètre d'une cellule ?
3. Si l'on agrandissait un atome jusqu'à la taille d'une cellule, de quel facteur l'agrandirait-on ? Quelle taille aurait alors la cellule, agrandie du même facteur ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Une plage mesure 1 km de long, 50 m de large, et le sable a une profondeur de 2 m. Un grain de sable a un volume d'environ 1 mm^3.

1. Calculer le volume de sable en m^3, puis en mm^3.

2. Donner un ordre de grandeur du nombre de grains.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

La vitesse de la lumière vaut 3×10^5 km/s.

1. Convertir cette vitesse en km/h (notation scientifique).
2. Combien de fois la lumière est-elle plus rapide qu'un avion de ligne volant à 900 km/h ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Calculer en notation scientifique :

1. $(4 \times 10^{-3})^3$
2. $\sqrt{1{,}6 \times 10^9}$ (indication : écrire $1{,}6 \times 10^9 = 16 \times 10^8$)
3. $\frac{(2\times10^{-2})^{-3}}{5\times10^4}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Probabilités et combinatoires

Exercice 1

Une classe de 11e année compte 12 filles et 10 garçons. On souhaite former un comité de 3 élèves.

1. Si les 3 rôles sont distincts (**président, trésorier, secrétaire**), combien de bureaux différents peut-on former ?
2. Si les 3 membres ont le **même rôle** (délégation sans ordre), combien de comités de 3 élèves peut-on constituer ?
3. Dans ce dernier cas (sans ordre), combien de comités comportent exactement 2 **filles et** 1 **garçon** ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

1. Combien d'anagrammes distincts peut-on former avec les lettres du mot **MATHS** (5 lettres distinctes) ?
2. Combien d'anagrammes distincts peut-on former avec les lettres du mot **STATISTIQUE** ? *(Attention aux lettres répétées : 11 lettres au total, dont 3 « T », 2 « S », 2 « I ».)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Un sac contient 5 jetons rouges, 4 jetons bleus et 3 jetons verts (12 jetons au total). On tire simultanément (ou successivement **sans remise**) 2 jetons au hasard.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir deux jetons **rouges** ?
2. Quelle est la probabilité d'obtenir deux jetons de la **même couleur** ?
3. En déduire la probabilité d'obtenir deux jetons de **couleurs différentes**.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Dans un atelier, deux machines M_1 et M_2 produisent respectivement 60% et 40% des vis. On sait par contrôle qualité que 2% des vis produites par M_1 sont défectueuses, contre 5% pour M_2. On prélève une vis au hasard dans le stock total.

1. Construire mentalement l'arbre pondéré et calculer la probabilité que la vis choisie soit produite par M_1 **et** soit défectueuse.

2. Calculer la probabilité globale qu'une vis prélevée au hasard dans le stock soit **défectueuse**.
3. Sachant que la vis prélevée est défectueuse, quelle est la probabilité qu'elle provienne de la machine M_2 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

On lance simultanément deux dés cubiques équilibrés à 6 faces et on considère le **produit** des deux nombres obtenus.

1. Quelle est la probabilité que ce produit soit **impair** ?
2. En déduire la probabilité que ce produit soit **pair**.
3. Quelle est la probabilité que ce produit soit un **multiple de** 5 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Un archer tire indépendamment 4 flèches vers une cible. À chaque tir, sa probabilité d'atteindre le centre vaut $p = 0{,}7$.

1. Quelle est la probabilité qu'il atteigne le centre **à tous les** 4 **tirs** ?
2. Quelle est la probabilité qu'il **rate le centre à tous les** 4 **tirs** ?
3. En déduire la probabilité qu'il atteigne le centre **au moins une fois** sur les 4 tirs.
4. Quelle est la probabilité qu'il atteigne le centre **exactement** 3 **fois** sur les 4 tirs ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Combien de **mots de passe** de 4 caractères peut-on créer en choisissant :

- d'abord 2 **lettres distinctes** parmi les 26 lettres majuscules de l'alphabet ;
- suivies de 2 **chiffres** (répétitions autorisées parmi 0 à 9) ?

Puis calculer la probabilité qu'un mot de passe tiré au hasard dans cet ensemble contienne deux chiffres identiques (un doublet comme `AB55`).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Une cible circulaire de rayon $R = 30$ cm comporte trois zones concentriques :

- un cœur central (disque de rayon 10 cm) qui rapporte 10 **points** ;
- un anneau intermédiaire (entre les rayons 10 cm et 20 cm) qui rapporte 5 **points** ;
- un anneau extérieur (entre les rayons 20 cm et 30 cm) qui rapporte 1 **point**.

On suppose qu'une fléchette atteint uniformément la cible.

1. Calculer les probabilités d'obtenir 10 points, 5 points et 1 point.
2. Quel est le score moyen attendu (espérance mathématique) par fléchette ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Paradoxe des anniversaires (version simplifiée sur les mois) : On interroge 4 personnes choisies au hasard et indépendamment. On suppose pour simplifier que les 12 mois de l'année sont équiprobables comme mois de naissance.

1. Quelle est la probabilité que **les** 4 **personnes soient nées lors de** 4 **mois tous différents** ? (Arrondir au millième.)
2. En déduire la probabilité qu'**au moins deux** de ces 4 personnes soient nées le même mois.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Une boîte contient n boules blanches et 6 boules noires ($n \geq 1$). On tire successivement 2 boules **avec remise** dans cette boîte.

1. Exprimer en fonction de n la probabilité d'obtenir deux boules de **couleurs différentes**.
2. On constate statistiquement sur un très grand nombre de tirages que cette probabilité vaut $\frac{12}{25}$. En résolvant une équation, déterminer les deux valeurs possibles pour le nombre n de boules blanches.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Un sac contient 5 boules orange et 7 boules violettes. Une boule est tirée au hasard. Quelle est la probabilité de tirer une violette ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

On lance un dé équilibré à 10 faces numérotées de 1 à 10. Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de 3 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Un sac contient 5 jetons étoilés et 7 jetons unis. Quelle est la probabilité de tirer deux jetons étoilés lors de deux tirages successifs sans remise ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Une flèche atteint la cible avec une probabilité de $\frac{1}{5}$ à chaque essai indépendant. Calcule la probabilité de toucher au moins une fois en deux essais.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Deux dés équilibrés à 5 faces numérotées de 1 à 5 sont lancés indépendamment. Quelle est la probabilité qu'ils donnent le même nombre ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Un casier a 5 lettres possibles et 7 chiffres possibles. Chaque code consiste en une lettre suivie d'un chiffre. Combien existe-t-il de codes ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

On choisit uniformément un entier de 1 à 35. Quelle est la probabilité qu'il soit divisible par 5 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Lors de 175 lancers, un résultat a été obtenu 35 fois. Donne sa fréquence sous forme de fraction réduite.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Une urne contient trois boules claires et deux sombres. On en tire deux sans remise. Quelle est la probabilité d'avoir exactement une claire ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Aux échecs, on tire deux cases distinctes au hasard sur un damier de 64 cases, 32 de chaque couleur. Quelle est la probabilité qu'elles soient de la même couleur ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

On écrit au hasard les cinq lettres du mot **MATHS** dans un ordre quelconque.

1. Combien d'arrangements différents y a-t-il ?
2. Quelle est la probabilité que le mot commence par M ?
3. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement le mot MATHS ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Un comité de 4 personnes est tiré au sort parmi 6 filles et 5 garçons.

1. Combien de comités différents peut-on former ?
2. Calculer la probabilité que le comité compte exactement 2 filles.
3. Calculer la probabilité qu'il compte au moins une fille.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Paradoxe des anniversaires : dans un groupe de n personnes (année de 365 jours, naissances équiprobables), la probabilité que toutes les dates d'anniversaire soient différentes vaut $\frac{365}{365} \times \frac{364}{365} \times \ldots \times \frac{365-n+1}{365}$.

1. Calculer cette probabilité pour $n = 3$ (au millième).
2. Pour $n = 23$, elle vaut environ 0,493. Quelle est la probabilité qu'au moins deux personnes aient le même anniversaire ?
3. Commenter ce résultat.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

On lance 10 fois une pièce équilibrée.

1. Combien de suites de résultats sont possibles ?
2. Combien de suites contiennent exactement 5 piles ?
3. Calculer la probabilité d'obtenir exactement 5 piles (au millième).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

On lance 4 fois un dé équilibré.

1. Calculer la probabilité de n'obtenir aucun 6.
2. En déduire la probabilité d'obtenir au moins un 6 (au millième). Ce pari est-il favorable ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Dans une école de 200 élèves, on a relevé :

	Sport	Pas de sport	Total
Filles	45	45	90
Garçons	75	35	110
Total	120	80	200

On choisit un élève au hasard.

1. Calculer la probabilité qu'il fasse du sport.
2. Sachant qu'il fait du sport, quelle est la probabilité que ce soit une fille ?
3. Les événements « être une fille » et « faire du sport » sont-ils indépendants ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Une loterie vend 1 000 billets à 5 CHF. Un billet gagne 2 000 CHF, dix billets gagnent 100 CHF et cent billets gagnent 10 CHF.

1. Calculer l'espérance de gain d'un billet (sans la mise).
2. Calculer le gain net moyen d'un joueur.
3. Quel est le bénéfice de l'organisateur ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

On choisit un point au hasard dans un carré de côté 2 dont le centre est O.

1. Calculer la probabilité que le point soit à moins de 1 de O.
2. Calculer la probabilité qu'il soit à moins de 0,5 de O.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Une urne contient 5 boules rouges et 3 boules bleues. On tire successivement 3 boules sans remise.

1. Calculer la probabilité de tirer 3 boules rouges.
2. Calculer la probabilité de tirer exactement 2 boules rouges.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

On range au hasard 5 livres différents sur une étagère, dont deux tomes d'une même série.

1. Combien de rangements possibles ?
2. Calculer la probabilité que les deux tomes soient côte à côte.
3. Calculer la probabilité qu'ils soient côte à côte **et** dans l'ordre (tome 1 à gauche du tome 2).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Autres problèmes divers

Exercice 1

Un automobiliste parcourt un trajet de 200 km en deux étapes :

- les 80 premiers kilomètres sur route de montagne à 50 km/h de moyenne ;
- les 120 km restants sur autoroute à 120 km/h de moyenne.

1. Calculer la durée de chaque étape, puis la **vitesse moyenne** sur l'ensemble des 200 km (arrondie à 0,1 km/h).
2. Un second conducteur effectue le même trajet en roulant à 50 km/h pendant **la moitié du temps**, puis à 120 km/h pendant l'autre moitié du temps. Quelle est sa vitesse moyenne ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Une série statistique donne les salaires mensuels bruts (en CHF) dans une petite entreprise de 15 personnes :

- 6 employés gagnent 4200 CHF ;
- 5 techniciens gagnent 5200 CHF ;
- 3 cadres gagnent 7400 CHF ;
- le directeur gagne 12 400 CHF.

1. Calculer le **salaire moyen**, le **salaire médian** et l'**étendue**.
2. Calculer le **premier quartile** Q_1 et le **troisième quartile** Q_3, puis expliquer pourquoi la médiane reflète mieux le salaire typique de l'entreprise que la moyenne.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Un laboratoire dispose de deux solutions acides :

- une solution A concentrée à 15% ;
- une solution B concentrée à 40%.

Quel volume V_A de solution A et quel volume V_B de solution B faut-il mélanger pour obtenir exactement 10 **litres** d'une solution finale concentrée à 25% ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Un commerçant veut vendre 50 pulls. S'il fixe le prix à 40 CHF, il les vend tous. Il estime que chaque augmentation de 5 CHF du prix unitaire lui fait perdre 4 clients (il vend donc 4 pulls de moins).

1. En notant k le nombre d'augmentations de 5 CHF ($k \in \mathbb{N}$), exprimer le prix unitaire $p(k)$, la quantité vendue $q(k)$ et la recette totale $R(k) = p(k) \cdot q(k)$.
2. Compléter un tableau pour $k = 0, 1, 2, 3, 4$ et trouver quel prix de vente maximise sa recette.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Un escargot grimpe le long d'un mur vertical de 15 m de hauteur. Chaque journée, il monte de 4 m, puis chaque nuit, il glisse vers le bas de 2,5 m. Il part du sol au matin du Jour 1.

Au bout de **combien de jours** atteindra-t-il pour la première fois le sommet du mur (15 m) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

On construit des tours avec des cubes selon une suite logique :

- Étage 1 (sommet) : 1 cube ;
- À chaque nouvel étage en dessous, on ajoute une bordure tout autour : la couche 2 compte 4 cubes, la couche 3 compte 9 cubes, …, la couche k compte k^2 cubes.

1. Combien de cubes faut-il au total pour bâtir une pyramide à 6 étages ?
2. Si l'on peint toute la surface **extérieure visible** de cette pyramide à 6 étages posée sur le sol (sans peindre la face inférieure en contact avec le sol), quelle est l'aire peinte en unités d'aire (faces de cube de côté 1) ? *(Astuce : regarder depuis les 4 côtés et depuis le dessus !)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Trois associés, Alice, Benoît et Cédric, investissent ensemble dans une entreprise :

- Alice apporte 30 000 CHF pendant 12 mois ;
- Benoît apporte 45 000 CHF pendant 8 mois ;
- Cédric apporte 60 000 CHF pendant 4 mois.

En fin d'année, le bénéfice de 48 000 CHF est réparti proportionnellement au produit (capital×durée d'investissement). Quelle part revient à chacun ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Deux bougies de **même longueur initiale** L, mais d'épaisseurs différentes, sont allumées en même temps :

- la première se consume entièrement en 6 heures (à vitesse constante) ;
- la seconde se consume entièrement en 4 heures (à vitesse constante).

Au bout de combien de temps (en heures et minutes) la première bougie sera-t-elle exactement **deux fois plus longue** que la seconde ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Dans un pays utilisant des timbres, on ne dispose que de timbres à 5 **CHF** et à 7 **CHF**.

1. Peut-on affranchir exactement une lettre à 23 CHF ? À 24 CHF ? À 26 CHF ? À 27 CHF ? À 28 CHF ?
2. En déduire pourquoi **tout montant entier supérieur ou égal à** 24 **CHF** peut être payé exactement avec ces deux types de timbres (et trouver quel est le plus grand montant entier impossible à payer !).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Lors d'une épreuve chronométrée de 10 km de course à pied, un athlète vise une moyenne exacte de 4 min 00 s par kilomètre (40 min au total). Après 6 km, son chronomètre indique 24 min 48 s.

1. Quelle était sa vitesse moyenne (en km/h) sur les 6 premiers kilomètres ?
2. Quelle allure moyenne (en min et s par kilomètre) et quelle vitesse (en km/h) doit-il tenir sur les 4 derniers kilomètres pour réussir exactement son objectif de 40 min ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Un atelier ouvre à 08 h 20. Il ferme 119 minutes plus tard. À quelle heure ferme-t-il ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Deux entiers consécutifs ont pour somme 21. Lesquels ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

10 personnes se serrent toutes la main une seule fois par paire. Combien de poignées de main ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Un escalier a 7 marches. On le monte par pas d'une ou deux marches avec exactement un seul pas de deux marches. Combien de suites de pas différentes ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

La moyenne de quatre nombres est 10. Trois d'entre eux valent 7, 9 et 12. Trouve le quatrième.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

On numérote des casiers de 1 à 107. Combien de chiffres écrit-on en tout ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Dans un groupe de 50 élèves, 30 aiment le vélo et 40 la marche. Tous aiment au moins une des deux activités. Combien aiment les deux ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

À un quiz de 10 questions on gagne 4 points par bonne réponse et on perd 1 point par mauvaise. Toutes les réponses ont été données. Le total est 30. Combien sont mauvaises ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Un billet adulte coûte 10 CHF et un billet enfant 7 CHF. Pour exactement 5 personnes on paie 41 CHF. Combien d'enfants ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Deux cyclistes partent l'un vers l'autre à 18 et 24 km/h, séparés de 63 km. Après combien de temps se croisent-ils ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Un bijoutier dispose de 300 g d'or à 75 % (or 18 carats). Il veut obtenir un alliage à 90 % d'or en y ajoutant de l'or pur.

Quelle masse d'or pur doit-il ajouter ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Un bateau parcourt 24 km en descendant une rivière, puis revient. L'aller-retour dure 5 heures. Le courant a une vitesse de 2 km/h.

Calculer la vitesse v du bateau en eau calme.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

« J'ai deux fois l'âge que tu avais quand j'avais l'âge que tu as. La somme de nos âges est 63 ans. »

Quels sont les âges des deux personnes ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

La population d'une ville augmente de 2 % par an.

1. Par combien est-elle multipliée en 10 ans (au millième) ?
2. Quel est le pourcentage d'augmentation sur 10 ans ? Pourquoi n'est-ce pas 20 % ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Un agriculteur dispose de 120 m de clôture pour délimiter un enclos rectangulaire le long d'une rivière (le côté longeant la rivière n'a pas besoin de clôture).

1. En notant x la longueur des deux côtés perpendiculaires à la rivière, exprimer l'aire $A(x)$.
2. Déterminer les dimensions qui donnent l'aire maximale.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Trois peintres travaillant ensemble repeignent une maison en 12 jours. Après 4 jours, l'un d'eux s'en va.

En combien de jours au total le travail sera-t-il terminé ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

1. À quelle heure (après midi) les aiguilles d'une horloge sont-elles superposées pour la première fois ?
2. Combien de fois sont-elles superposées en 12 heures ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Combien de nombres entiers de 1 à 999 ont une somme des chiffres égale à 5 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Un cycliste monte un col de 12 km à 8 km/h et le redescend à 24 km/h.

1. Calculer la durée totale.
2. Calculer sa vitesse moyenne sur l'aller-retour.
3. À quelle vitesse aurait-il dû descendre pour obtenir une moyenne de 16 km/h ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Lors d'une réunion, chaque participant serre la main de tous les autres une seule fois. On compte 66 poignées de main.

Combien y avait-il de participants ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Fonctions constantes, linéaires et affines et problèmes

Exercice 1

On considère dans un repère orthonormé la droite (d) passant par $A(-3;-1)$ et $B(5;3)$.

1. Déterminer la fonction affine $f(x) = mx + h$ représentée par (d).
2. Déterminer l'expression de la fonction affine $g(x)$ dont la droite (d') est **perpendiculaire** à (d) et passe par $B(5;3)$. *(Rappel : deux droites de pentes m et m' sont perpendiculaires si $m \cdot m' = -1$.)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Soient trois points dans un repère : $A(-2;5)$, $B(1;-1)$ et $C(4;-7)$.

1. Ces trois points sont-ils **alignés** ? Justifier par le calcul de pente ou par la recherche de la fonction affine (AB).
2. Pour quelle valeur de k le point $D(k;11)$ appartient-il à la droite (AB) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

On considère le triangle délimité par les axes du repère ($x = 0$ et $y = 0$) et la droite (d) représentant la fonction affine $f(x) = -\dfrac{3}{4}x + 6$.

1. Calculer les coordonnées des intersections A (avec l'axe des abscisses) et B (avec l'axe des ordonnées) de la droite (d).
2. Calculer le **périmètre** et l'**aire** du triangle rectangle OAB.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante et écrire l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle :

$$\frac{2x-3}{5} \leq \frac{x+1}{2} - 1$$

2. Interpréter graphiquement le résultat à l'aide des droites représentant $f(x) = \dfrac{2}{5}x - \dfrac{3}{5}$ et $g(x) = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{1}{2}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Une machine industrielle achetée neuve 48 000 CHF perd de sa valeur de façon linéaire (amortissement constant) : après 6 ans, sa valeur résiduelle n'est plus que de 12 000 CHF.

1. Déterminer la fonction affine $V(t)$ donnant la valeur de la machine (en CHF) en fonction de son âge t (en années).
2. Quelle est la perte de valeur annuelle ? Au bout de combien d'années la valeur comptable devient-elle nulle ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Dans une course de 400 m entre deux coureurs A et B, on modélise leurs distances parcourues (en mètres) depuis le départ en fonction du temps t (en secondes) par deux fonctions affines à partir de $t = 0$ (A part de 0 m, tandis que B bénéficie d'une avance de 20 m) :

$$d_A(t) = 8t \qquad \text{et} \qquad d_B(t) = 7{,}2t + 20$$

1. À quel instant t le coureur A rattrape-t-il le coureur B, et à quelle distance de l'arrivée cela se produit-il ?
2. Lequel des deux franchit la ligne d'arrivée (400 m) en premier, et avec combien de secondes d'avance ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Un opérateur mobile propose trois abonnements mensuels pour x minutes d'appel (au-delà d'un éventuel forfait) :

- **Tarif 1 (constante) :** $f_1(x) = 39$ (illimité à 39 CHF) ;
- **Tarif 2 (linéaire) :** $f_2(x) = 0{,}15x$;
- **Tarif 3 (affine) :** $f_3(x) = 15 + 0{,}08x$.

Déterminer **selon les valeurs de** $x \geq 0$ quel est l'abonnement le moins cher (donner les intervalles exacts de x).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Soit la fonction affine f telle que $f(2) - f(-1) = 12$ et $f(3) = 17$. Déterminer l'expression algébrique complète $f(x) = mx + h$, puis calculer $f(0)$ et $f(-5)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Dans un repère, on considère la droite (d) d'équation $y = \dfrac{3}{2}x - 3$.

1. Calculer les coordonnées du point d'intersection de (d) avec la droite horizontale $y = 6$.
2. Calculer les coordonnées du point d'intersection de (d) avec la droite verticale $x = -4$.
3. Déterminer l'équation de la droite (d'), image de (d) par la **symétrie axiale d'axe** (Ox) (axe des abscisses).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Le graphique d'une randonnée représente l'altitude $a(t)$ (en m) en fonction du temps t (en heures) par trois segments affines :

- de $t = 0$ à $t = 2$ h : montée régulière de 600 m à 1400 m ;
- de $t = 2$ h à $t = 3$ h : pause déjeuner au sommet (1400 m) ;
- de $t = 3$ h à $t = 4{,}5$ h : descente régulière jusqu'au parking à 800 m.

Écrire l'expression de la fonction $a(t)$ sur chacun des trois intervalles (en précisant le type de fonction : affine ou constante, et la vitesse verticale en m/h).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Calcule l'image de 11 par la fonction $f(x) = 4x + 11$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Trouve l'antécédent de 27 par $f(x) = 4x + 11$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Une droite passe par (0, 11) et (3, 23). Donne son équation.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Une sonde indique 11 °C à chaque instant. Quel type de fonction décrit cette mesure ? Donne son expression.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Trouve le point d'intersection des droites $y = 4x + 11$ et $y = 5x + 7$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Un trajet loué coûte 11 CHF au départ puis 4 CHF par kilomètre. Écris le prix P en fonction de la distance d.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

La fonction $g(x) = 4x$ passe-t-elle par (11, 45) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Comment varie $h(x) = 11 - 4x$ lorsque x augmente de 5 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Une fonction affine passe par $(-4, 11)$ et $(2, -1)$. Trouve son zéro.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Deux tarifs sont donnés par A(t) = 24 + 4t et B(t) = 9 + 7t. Pour quelles durées t positives A est-il strictement moins cher ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Déterminer l'expression de la fonction affine f dont la droite passe par $A(-2; 7)$ et $B(4; -5)$. Calculer ensuite son zéro.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Déterminer l'équation de la droite perpendiculaire à $d : y = 3x - 1$ et passant par $P(1; 2)$. Calculer le point d'intersection des deux droites.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Résoudre graphiquement puis algébriquement le système $\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ x - y = 1 \end{cases}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Un fournisseur facture l'électricité 0,20 CHF/kWh pour les 100 premiers kWh, puis 0,30 CHF/kWh au-delà.

1. Calculer la facture pour 80 kWh et pour 150 kWh.
2. Exprimer le prix $f(x)$ selon que $x \leq 100$ ou $x > 100$.
3. Pour quelle consommation la facture vaut-elle 50 CHF ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Soit $f(x) = 3x - 6$.

1. Déterminer la fonction réciproque f^{-1} (qui à y associe le x tel que $f(x) = y$).
2. Vérifier que $f^{-1}(f(5)) = 5$.
3. Comment les droites de f et f^{-1} sont-elles disposées l'une par rapport à l'autre ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

On considère la famille de droites $d_m : y = mx - 2m + 1$, où m est un nombre réel.

1. Pour quelle valeur de m la droite passe-t-elle par $(3; -4)$?
2. Montrer que toutes les droites d_m passent par un même point fixe.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

En montagne, la température baisse d'environ 0,65°C tous les 100 m. À 500 m d'altitude, il fait 15°C.

1. Exprimer la température $T(h)$ en fonction de l'altitude h (en m).
2. Quelle température fait-il au sommet du Mönch (4 107 m), au dixième ?
3. À partir de quelle altitude gèle-t-il ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Une entreprise fabrique des lampes. Les frais fixes s'élèvent à 2 000 CHF par mois et chaque lampe coûte 15 CHF à produire. Elle est vendue 40 CHF.

1. Exprimer le coût $C(x)$ et la recette $R(x)$ pour x lampes.
2. Exprimer le bénéfice $B(x)$.
3. À partir de combien de lampes l'entreprise est-elle rentable ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

On considère les contraintes $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x + y \leq 10$ et $2x + y \leq 14$.

1. Déterminer les sommets du polygone des solutions.
2. Trouver le maximum de $3x + 2y$ sur ce polygone (on admet qu'il est atteint en un sommet).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Deux fonctions affines $f(x) = 2x + a$ et $g(x) = bx - 3$ vérifient $f(1) = g(1)$ et $f(3) = 11$.

Déterminer a, b, puis le point d'intersection des deux droites.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Fonctions quadratiques et diverses

Exercice 1

On considère la fonction quadratique définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 - 6x + 5$$

1. Vérifier que pour tout réel x, $f(x)$ peut s'écrire sous **forme canonique** $f(x) = (x-3)^2 - 4$, et sous **forme factorisée** $f(x) = (x-1)(x-5)$.
2. Grâce aux formes les plus adaptées, donner :
   a) les coordonnées du **sommet** S et l'axe de symétrie de la parabole ;
   b) l'ordonnée à l'origine (intersection avec (Oy)) ;
   c) les **zéros** de f (intersections avec (Ox)) et le tableau de variations.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Déterminer l'expression $f(x) = ax^2 + bx + c$ d'une parabole sachant que son sommet est le point $S(2;9)$ et qu'elle passe par le point $A(5;0)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

On jette une pierre du haut d'une falaise. Sa hauteur $h(t)$ (en mètres au-dessus de la mer) en fonction du temps t (en secondes) est donnée par :

$$h(t) = -5t^2 + 10t + 40$$

1. Quelle est la hauteur de la falaise (hauteur à $t = 0$) ?
2. Vérifier que $h(t) = -5(t-1)^2 + 45$, puis en déduire la **hauteur maximale** atteinte par la pierre et l'instant où elle l'atteint.
3. Factoriser $h(t) = -5(t+2)(t-4)$ en vérifiant le développement, puis déterminer à quel instant $t > 0$ la pierre tombe dans l'eau ($h(t) = 0$).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Pour chacune des quatre fonctions suivantes, donner le **domaine de définition** $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}$ (valeurs de x pour lesquelles le calcul est possible) :

1. $f_1(x) = \dfrac{3x+1}{2x-8}$
2. $f_2(x) = \dfrac{5}{x^2-9}$
3. $f_3(x) = \sqrt{3x-12}$
4. $f_4(x) = \dfrac{1}{\sqrt{5-x}}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Un architecte conçoit un arc parabolique d'équation $y = ax^2 + h$ dont le sommet est au centre en $(0;8)$ (en mètres) et qui repose au sol ($y = 0$) aux deux piliers situés en $(-4;0)$ et $(4;0)$.

1. Déterminer la valeur exacte de a et h.
2. Un camion de largeur totale 3 m (centré au milieu, donc occupant $x \in [-1{,}5;1{,}5]$) et de hauteur 6,5 m peut-il passer sous cet arc ? Justifier par le calcul.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

On considère la fonction $f(x) = \dfrac{6}{x-2}$ définie pour $x \neq 2$.

1. Calculer $f(-4)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(3)$, $f(5)$ et $f(8)$.
2. Résoudre les équations $f(x) = 2$ et $f(x) = -12$.
3. Existe-t-il un réel x tel que $f(x) = 0$? Expliquer.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Déterminer par le calcul les coordonnées des points d'intersection de la parabole d'équation $y = 2x^2 - 3x - 2$ et de la droite d'équation $y = x + 4$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Lors d'une expérience de physique sur le pendule simple, la période T (en secondes) est liée à la longueur L du fil (en mètres) par la fonction racine carrée $T(L) = 2\sqrt{L}$ (en utilisant l'approximation $\frac{2\pi}{\sqrt{g}} \approx 2$ car $\sqrt{9{,}81} \approx \pi$).

1. Calculer la période d'un pendule de longueur $L = 0{,}25$ m, puis $L = 1{,}00$ m et $L = 2{,}25$ m.
2. Quelle longueur de fil faut-il choisir pour obtenir une horloge battant exactement la période $T = 4{,}0$ s ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Une entreprise fabrique et vend x objets par jour ($0 \leq x \leq 100$). Le coût total de production vaut $C(x) = x^2 + 20x + 900$ (en CHF), et chaque objet est vendu 100 CHF (donc recette $R(x) = 100x$).

1. Montrer que le bénéfice net $B(x) = R(x) - C(x)$ s'écrit :

$$B(x) = -x^2 + 80x - 900$$

2. Vérifier que $B(x) = -(x-40)^2 + 700$, puis déterminer :
   a) pour quelle quantité x le bénéfice est **maximal**, et quel est ce bénéfice maximal ;
   b) à l'aide de l'équation $-(x-40)^2 + 700 > 0$ (ou factorisation de $x^2 - 80x + 900$), pour quelles quantités entières x l'entreprise est-elle **rentable** ($B(x) > 0$) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

On cherche la somme $S(x)$ d'un nombre réel strictement positif $x > 0$ et de son inverse :

$$S(x) = x + \frac{1}{x}$$

1. Calculer $S(0{,}5)$, $S(1)$, $S(2)$ et $S(4)$.
2. Démontrer que pour tout $x > 0$, on a toujours $S(x) \geq 2$ *(Indice : calculer $S(x) - 2$ et réduire au même dénominateur pour faire apparaître un carré parfait !).*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Calcule $f(-4)$ si $f(x) = x^2 + 6$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Quel est le sommet de $y = (x-4)^2 + 6$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Quel est le maximum réel de $f(x) = 6 - (x+4)^2$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Trouve les deux antécédents de 0 par $f(x) = x^2 - 16$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Donne l'axe de symétrie de $y = (x+4)^2 - 6$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Les valeurs de x^2 pour x = 4, 5, 6 augmentent-elles d'un pas constant ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Écris $f(x) = x^2 - 8x + 22$ sous forme canonique.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Résous $f(x) = 10$ si $f(x) = 6 + (x-4)^2$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Un rectangle a pour largeur x et longueur 12 − x. Pour quelle largeur son aire est-elle maximale ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Les courbes $y = x^2$ et $y = 4x$ ont deux points communs. Donne leurs coordonnées.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Soit $f(x) = 2x^2 - 12x + 10$.

1. Écrire $f(x)$ sous forme canonique.
2. En déduire le sommet et l'axe de symétrie.
3. Déterminer les zéros et la forme factorisée.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Déterminer la fonction quadratique dont la parabole coupe l'axe des x en 1 et 3 et passe par $(0;3)$. Donner son sommet.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Une balle est lancée verticalement : sa hauteur est $h(t) = -4{,}9t^2 + 19{,}6t$ (en m, t en s).

1. À quel instant atteint-elle sa hauteur maximale ? Quelle est cette hauteur ?
2. Quand retombe-t-elle à son point de départ ?
3. Pendant combien de temps est-elle au-dessus de 14,7 m ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Un vendeur constate que s'il fixe le prix d'un article à p francs, il en vend $200 - 4p$ par semaine ($0 \le p \le 50$).

1. Exprimer la recette hebdomadaire $R(p)$.
2. Quel prix maximise la recette ? Quelle est la recette maximale ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Déterminer les points d'intersection de la parabole $y = x^2 - 2x$ et de la droite $y = x + 4$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Résoudre les inéquations :

1. $-x^2 + 5x - 4 \ge 0$
2. $x^2 + 2x + 5 > 0$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Pour quelle valeur de k la droite $y = 2x + k$ est-elle tangente à la parabole $y = x^2$? Donner le point de contact.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Déterminer les points d'intersection de l'hyperbole $y = \frac{6}{x}$ et de la droite $y = x + 1$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Soit $f(x) = \sqrt{4 - x}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f.
2. Calculer $f(0)$, $f(-5)$ et $f(4)$.
3. Résoudre $f(x) = 5$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

On part de la parabole $y = x^2$.

1. Quelle transformation donne la courbe de $y = (x-2)^2 + 3$? Donner le sommet.
2. Et celle de $y = -x^2$? De $y = 2x^2$?
3. Écrire l'équation de la parabole obtenue en translatant $y = x^2$ de 4 vers la gauche et 1 vers le bas, puis la développer.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Problèmes de proportionnalité, pourcentages, pentes et échelle

Exercice 1

Une ville compte 50 000 habitants en 2020. Sa population augmente de 4% chaque année (intérêts / croissance composés).

1. Quelle est sa population en 2021 ? En 2022 ? En 2025 (arrondie à l'habitant) ?
2. De quel **pourcentage global** la population a-t-elle augmenté entre 2020 et 2025 ? (Est-ce égal à $5 \times 4\% = 20\%$?)

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Un commerçant applique d'abord un rabais de 25% sur un ordinateur, puis, lors des dernières démarques, il accorde un second rabais supplémentaire de 20% sur le prix déjà soldé. Le client paie finalement 720 **CHF**.

1. Quel est le **pourcentage de rabais global unique** équivalent à ces deux rabais successifs ?
2. Quel était le **prix initial** de l'ordinateur avant les soldes ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Un funiculaire gravit une ligne droite inclinée d'une longueur réelle (le long des rails) $L = 1300$ m pour passer d'une station inférieure située à 540 m d'altitude à la station supérieure à 1040 m d'altitude.

1. Quel est le dénivelé vertical Δh, et quelle est la distance horizontale d_h entre les deux stations (par Pythagore) ?
2. Calculer la **pente moyenne en pourcentage** de ce funiculaire, ainsi que son **angle d'inclinaison** α par rapport à l'horizontale (arrondi à 0,1°).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Un chemin de montagne monte avec une pente constante de 18% sur une distance horizontale de 1,5 km.

1. Quelle est la hauteur gravie Δh (en m) ?
2. En assimilant la pente à $\tan\alpha = 0{,}18$, calculer l'angle α de la montée (à 0,1° près) et la distance réelle parcourue sur le chemin (à 1 m près).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Sur une carte routière dont on ne connaît pas l'échelle, deux villages distants en réalité de 18 km à vol d'oiseau sont séparés par 7,2 cm sur le papier.

1. Calculer l'**échelle** de cette carte sous la forme $1 : E$.
2. Sur cette même carte, un lac a une superficie de 2,4 cm^2. Quelle est sa superficie réelle en **kilomètres carrés (km^2)** et en **hectares** ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Dans un pays où le salaire médian est de 6400 CHF, le loyer moyen représente 28% du salaire. Suite à une crise immobilière, les loyers augmentent de 15% tandis que le salaire n'augmente que de 2%.

1. Calculer l'ancien loyer et le nouveau loyer, ainsi que le nouveau salaire.
2. Quel pourcentage du nouveau salaire représente désormais le nouveau loyer (arrondi à 0,1%) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Pour préparer un sirop à la grenadine, on mélange 150 mL de concentré avec 750 mL d'eau.

1. Quel est le pourcentage (en volume) de concentré dans ce mélange ?
2. Si l'on ajoute encore 100 mL d'eau pure, quel devient le pourcentage de concentré ?
3. À l'inverse, en partant du mélange initial (150 mL de concentré + 750 mL d'eau), combien de mL de concentré pur faudrait-il ajouter pour porter la concentration exactement à 25% ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Une garnison de 45 personnes dispose de réserves de nourriture prévues pour 24 jours. Au bout de 6 jours, 9 personnes quittent le camp (il n'en reste donc plus que 36).

Combien de jours supplémentaires (à partir du départ des 9 personnes) dureront encore les réserves restantes au même rationnement par personne ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

La **pente** d'une droite dans un repère correspond au coefficient m dans $y = mx + h$, exprimable en pourcentage ($m = 0{,}35 \leftrightarrow 35\%$). Une route de montagne rectiligne est représentée sur une carte au $1 : 50\,000$ par un segment de 8,0 cm reliant un pont à 780 m d'altitude à un col à 1260 m d'altitude.

1. Quelle est la distance horizontale réelle entre le pont et le col (en km et en m) ?
2. Calculer la pente moyenne de cette route en pourcentage, et l'angle moyen de montée en degrés (arrondi à 0,1°).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Un commerçant veut maintenir sa **marge bénéficiaire** après une hausse de prix : il achète un produit $P_a = 150$ CHF et le revend avec une marge de 40% sur son prix d'achat (donc +40%).

1. Quel est son prix de vente actuel P_v ?
2. Son fournisseur augmente le prix d'achat de 10%. Si le commerçant souhaite conserver le **même pourcentage de marge (**40%**)** sur le nouveau prix d'achat, de combien de CHF augmente son prix de vente, et quel est le pourcentage d'augmentation du prix de vente ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

6 cahiers coûtent 66 CHF. Quel prix paie-t-on pour 11 cahiers au même tarif unitaire ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Une pompe délivre 66 L en 6 min. À débit constant, quel délai faut-il pour délivrer 143 L ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Pour 6 personnes une recette demande 210 g d'un ingrédient. Quelle masse faut-il pour 11 personnes ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Un graphique proportionnel contient (2, 12) et (5, 30). Quelle est la valeur pour x = 11 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

3 kg coûtent 18 CHF et 7 kg coûtent 43 CHF. Les deux prix sont-ils proportionnels aux masses ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Un sac contient 55 jetons dont 11 rouges. Quel pourcentage est rouge ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Un ruban de 33 cm est partagé selon le rapport 1 à 2. Donne les longueurs.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Une carte indique que 1 cm représente 6 km. Une distance mesure 11 cm sur la carte. Quelle est la distance réelle ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Un prix augmente de 25 %, puis diminue de 20 %. Quelle variation globale obtient-on ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Sur une carte à l'échelle 1:25 000, un terrain rectangulaire occupe 2 cm × 3 cm. Quelle aire réelle représente-t-il en hectares ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

1. Un prix augmente de 25 % puis baisse de 20 %. Quel est le pourcentage global de variation ?
2. Un prix subit trois baisses successives de 10 %. Quel est le pourcentage global de baisse ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Un placement double de valeur en 10 ans à intérêts composés.

1. Quel est le taux annuel t correspondant (au centième de pourcent) ? On cherche $(1+t)^{10} = 2$.
2. Comparer avec la « règle de 72 » : taux $\approx \frac{72}{\text{durée de doublement}}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

On mélange 2 L de jus à 30 % de fruits avec un jus à 80 % de fruits.

Quel volume du second jus faut-il pour obtenir un mélange à 50 % ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

À température constante, la pression P et le volume V d'un gaz vérifient $P \times V =$ constante (loi de Boyle–Mariotte). Un gaz occupe 6 L sous 2 bar.

1. Quel volume occupe-t-il sous 3 bar ?
2. Quelle pression faut-il pour le comprimer à 1,5 L ?
3. S'agit-il de proportionnalité directe ou inverse ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Sur une carte au 1 : 25 000, un lac a une surface de 12 cm^2.

Calculer sa surface réelle en hectares.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Une voiture consomme 6,5 L aux 100 km. L'essence coûte 1,85 CHF/L.

1. Combien coûte un trajet de 450 km ?
2. Avec un réservoir de 50 L, quelle distance peut-on parcourir (au km) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Trois coureurs se partagent une prime de 1 200 CHF en parts **inversement proportionnelles** à leurs temps de course : 2 h, 3 h et 6 h.

Calculer la part de chacun.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

On place 10 000 CHF pendant 5 ans au taux annuel de 4 %.

1. Calculer le capital final avec des intérêts simples.
2. Calculer le capital final avec des intérêts composés (au centime).
3. Quelle est la différence ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Une route a une pente de 8 %.

1. Quel dénivelé correspond à une distance horizontale de 2,5 km ?
2. Un cycliste monte 360 m de dénivelé sur cette route. Quelle distance horizontale a-t-il parcourue ?
3. Quelle distance a-t-il réellement parcourue sur la route (au mètre) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Après une hausse de 12 %, un abonnement coûte 84 CHF.

1. Quel était son prix initial ?
2. Quelle baisse (en pourcentage) faudrait-il ensuite appliquer pour revenir au prix initial (au dixième) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Calcul littéral et problèmes

Exercice 1

Développer, réduire et ordonner les polynômes suivants selon les puissances décroissantes de x :

1. $P(x) = (2x^2 - 3x + 4)(x - 2) - 2x(x^2 - 5x)$
2. $Q(x) = (3x - 2)(x + 5) - (2x - 1)^2$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Réduire au même dénominateur et simplifier les fractions rationnelles suivantes (après avoir précisé les valeurs interdites) :

1. $A(x) = \dfrac{3}{x-2} - \dfrac{2}{x+2}$
2. $B(x) = \dfrac{x}{x^2-1} + \dfrac{1}{x+1}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Effectuer les produits et quotients de fractions rationnelles suivants, en précisant l'ensemble de définition $\mathcal{D}$:

1. $C(x) = \dfrac{x^2-4}{3x+9} \times \dfrac{x+3}{x^2-2x}$
2. $D(x) = \dfrac{x^2-25}{x^2-4x+4} \div \dfrac{x+5}{x-2}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Soit le polynôme $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 8x + 12$.

1. Calculer $P(2)$ et $P(-2)$.
2. Vérifier par développement que $P(x) = (x-2)(x+2)(2x-3)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Dans un trapèze rectangle, la petite base mesure $x+2$, la grande base mesure $3x+4$, et la hauteur mesure $2x$ (avec $x > 0$, en cm).

1. Exprimer l'aire $\mathcal{A}(x)$ du trapèze en fonction de x, sous forme développée et réduite.
2. Calculer $\mathcal{A}(5)$, puis vérifier si $\mathcal{A}(x)$ peut être égale à $4x^2 + 6x$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Démontrer par le calcul littéral que l'expression suivante est **constante** (indépendante de x pour tout réel x) et donner sa valeur exacte :

$$E(x) = (2x-3)^2 + (x+6)(x-6) - 5x(x-2) + 2(x+15)$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

On donne deux nombres réels a et b dont la somme vaut $a+b=9$ et le produit vaut $a \cdot b = 14$.

Sans chercher à calculer a et b séparément, déterminer la valeur exacte des expressions suivantes :

1. $a^2 + b^2$
2. $(a-b)^2$
3. $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Un pavé droit a pour dimensions (en cm, avec $x > 0$) : longueur $L = x+3$, largeur $\ell = x+1$, hauteur $h = x$.

1. Exprimer en fonction de x, sous forme développée et réduite :
   a) la longueur totale des 12 arêtes du pavé ;
   b) l'aire totale des 6 faces du pavé ;
   c) le volume du pavé.
2. Calculer ces trois grandeurs pour $x = 2$ cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Exprimer l'aire de la **croix symétrique** tracée à l'intérieur d'un carré de côté a, sachant que les quatre coins découpés sont des carrés identiques de côté b (avec $0 < 2b < a$), de deux manières différentes :

1. par soustraction à partir du grand carré ;
2. par addition de rectangles, puis vérifier que les deux expressions développées sont identiques.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Démontrer que le produit de quatre entiers naturels consécutifs augmenté de 1 est toujours un **carré parfait** :

$$n(n+1)(n+2)(n+3) + 1 = (n^2 + 3n + 1)^2$$

(Astuce : regrouper le 1er et le 4e facteur ensemble, et le 2e et le 3e facteur ensemble !) puis en déduire la valeur exacte de $\sqrt{10 \times 11 \times 12 \times 13 + 1}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Réduis $5x + 7x - 2x$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Développe $5(x + 7)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Réduis $5x - (7x - 3)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Évalue $5x + 7$ pour $x = -2$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Un rectangle a une largeur x et une longueur x + 5. Exprime son périmètre en fonction de x.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Une boîte contient x crayons. Trois boîtes identiques et 7 crayons isolés forment un lot. Traduis l'effectif du lot.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Simplifie $5(x + 2) - 5x$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Une élève dit que $5x^2$ et $7x$ sont des termes semblables. Vérifie.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Traduis « le triple du nombre x diminué d'abord de 7 » par une expression où la soustraction précède le triple.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Contrôle si $2(x + 5)$ est égal à $2x + 5$ pour toutes les valeurs de x.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Développer et réduire :

1. $(2x-1)^3$
2. $(x+1)(x^2-x+1)$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Simplifier en précisant les valeurs interdites :

$$F(x) = \frac{x^2-5x+6}{x^2-9}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Écrire sous forme d'une seule fraction :

$$\frac{3}{x-1} - \frac{2}{x+1}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

1. Démontrer que $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$.
2. En déduire de tête $1\,001^2 - 999^2$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Deux résistances R_1 et R_2 montées en parallèle équivalent à une résistance R telle que $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$.

1. Exprimer R en fonction de R_1 et R_2.
2. Calculer R pour $R_1 = 6\,\Omega$ et $R_2 = 3\,\Omega$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

On considère $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$.

1. Calculer $P(1)$, $P(2)$ et $P(3)$.
2. En déduire une factorisation de $P(x)$ et vérifier en développant.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

1. Effectuer la division de $x^3 - 1$ par $x - 1$ (chercher a, b, c tels que $x^3 - 1 = (x-1)(ax^2+bx+c)$).
2. En déduire que $999 = 9 \times 111$ en prenant $x = 10$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Un cadre photo est formé d'un rectangle extérieur de $(2x+3)$ sur $(x+2)$ cm, dont on a retiré un rectangle intérieur de $(2x-1)$ sur x cm.

1. Exprimer l'aire du cadre sous forme réduite.
2. Pour quelle valeur de x cette aire vaut-elle 70 cm^2 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

1. Démontrer que pour tout entier n : $n(n+1)(n+2)+(n+1)=(n+1)^3$.
2. Vérifier pour $n=4$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

On pose $E=(x-3)^2-(x-3)(2x+1)$.

1. Développer et réduire E.
2. Factoriser E.
3. Résoudre $E=0$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Factorisation

Exercice 1

Factoriser complètement les expressions suivantes (mise en évidence + identités remarquables) :

1. $A=4x^3-36x$
2. $B=3x^2-30x+75$
3. $C=x^4-16$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Factoriser les expressions composées suivantes :

1. $D=(3x-2)^2-(x+5)^2$
2. $E=(2x+1)(x-3)+(4x+2)(5-2x)$ *(Indice : $4x+2=2(2x+1)$.)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Factoriser par **regroupement de termes** :

1. $F=2ax-6ay+5bx-15by$
2. $G=x^3-4x^2-9x+36$ *(factoriser jusqu'à obtenir 3 facteurs du 1er degré)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Factoriser les trinômes suivants du type ax^2+bx+c ($a\neq 1$ inclus) :

1. $x^2-11x+24$
2. $x^2+3x-28$
3. $2x^2+7x+3$ *(par décomposition du terme central $7x=6x+x$)*
4. $6x^2-x-2$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Factoriser à l'aide de la **complétion du carré** (ou en reconnaissant une différence de deux carrés cachée) :

1. $H = x^2 + 6x - 7$
2. $K = x^2 - 4x + 4 - y^2$
3. $L = x^4 + 4$ *(Astuce de Sophie Germain : ajouter et soustraire $4x^2$!)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Factoriser au maximum ces expressions avec coefficients fractionnaires ou irrationnels :

1. $M = \frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{25}y^2$
2. $N = x^2 - 5$ *(dans $\mathbb{R}$)*
3. $P = 2x^2 - 10$ *(dans $\mathbb{R}$)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Factoriser d'abord le numérateur et le dénominateur pour **simplifier** au maximum (en précisant les valeurs interdites) :

$$F(x) = \frac{2x^2 - 2x - 12}{x^2 - 9}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Factoriser ces expressions contenant des sommes ou différences de cubes, sachant que $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$ et $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$:

1. $x^3 - 8$
2. $27x^3 + 1$
3. $2x^4 - 16x$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Utiliser la factorisation pour résoudre le problème suivant : L'aire d'un triangle rectangle vaut 30 cm^2 et la différence entre les longueurs des deux cathètes (x et y, $x > y$) vaut 7 cm.

1. Écrire le système d'équations reliant x et y, et montrer que x vérifie $x^2 - 7x - 60 = 0$.
2. Factoriser $x^2 - 7x - 60$ pour trouver les deux cathètes et l'hypoténuse du triangle.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Déterminer le signe de l'expression $P(x) = 3x^2 - 12$ selon les valeurs de $x \in \mathbb{R}$, en commençant par la factoriser et en dressant un tableau de signes.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Factorise $5x + 40$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Factorise $5x^2 + 8x$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Factorise $x^2 - 25$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Factorise $x^2 + 16x + 64$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Factorise $x(x + 5) + 8(x + 5)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Factorise $5x^3 - 40x^2$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Factorise $x^2 + 13x + 40$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Factorise $5(x - 8)^2 + 40(x - 8)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Factorise complètement $8x^2 - 200$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Calcule mentalement $105^2 - 95^2$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Factoriser :

1. $x^3 - 4x$
2. $x^4 - 16$
3. $x^3 - 27$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Factoriser les trinômes :

1. $6x^2 + x - 2$
2. $2x^2 - 7x + 3$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Factoriser $(x+3)^2 - (2x-1)^2$, puis résoudre $(x+3)^2 = (2x-1)^2$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Factoriser par groupement : $x^3 + 2x^2 - 9x - 18$, puis résoudre l'équation $x^3 + 2x^2 - 9x - 18 = 0$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Résoudre :

1. $x^3 - x^2 - 6x = 0$
2. $4x^3 = 9x$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Simplifier en précisant les valeurs interdites :

$$\frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Factoriser :

1. $ax + ay - bx - by$
2. $x^2 - y^2 + x - y$
3. $4x^2 - 4x + 1 - y^2$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Une boîte a un volume (en cm^3) égal à $V(x) = x^3 + 5x^2 + 6x$, où $x > 0$.

1. Factoriser $V(x)$.
2. Proposer des dimensions de la boîte en fonction de x.
3. Pour quelle valeur entière de x le volume vaut-il 90 cm^3 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Factoriser :

1. $9x^2 - 30x + 25$
2. $2x^2 - 18$
3. $-x^2 + 6x - 9$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

1. Factoriser $x^4 - 5x^2 + 4$ en posant $X = x^2$.
2. En déduire les solutions de $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Identités remarquables

Exercice 1

Développer et réduire les expressions suivantes à l'aide des trois identités remarquables du 2e degré :

1. $(5x + 4)^2$
2. $\left(3x - \frac{1}{2}\right)^2$
3. $\left(\frac{2}{3}x - 6\right)\left(\frac{2}{3}x + 6\right)$
4. $(2a + 3b)^2 - (2a - 3b)^2$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Compléter les pointillés (ou trouver le terme manquant) pour que les égalités soient des **identités remarquables** valables pour tout réel x :

1. $x^2 + 14x + \cdots = (x + \dots)^2$
2. $16x^2 - \cdots + 25 = (\cdots - 5)^2$
3. $49x^2 - \cdots = (7x - 9)(\dots)$
4. $x^2 + 5x + \cdots = (x + \dots)^2$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Donner une **démonstration géométrique** (par découpage d'un carré) des deux identités remarquables suivantes pour $a > b > 0$:

1. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ *(découpage d'un carré de côté a privé d'un carré de côté b).*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Calculer astucieusement **sans calculatrice** en utilisant les identités remarquables :

1. 1007^2
2. 995^2
3. 2026×2024
4. $123\,456^2 - 123\,455^2$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Calculer l'identité du carré d'une somme de **trois** termes $(a+b+c)^2$, puis l'appliquer pour développer $(2x-y+3)^2$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Développer le cube d'une somme $(a+b)^3$ et le cube d'une différence $(a-b)^3$, puis appliquer pour développer $(2x-1)^3$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

On appelle **triplets pythagoriciens** trois entiers (a,b,c) vérifiant $a^2+b^2=c^2$. Soit n un entier naturel ≥ 2. On pose :

$$a=n^2-1, \qquad b=2n, \qquad c=n^2+1$$

1. À l'aide des identités remarquables, démontrer que $a^2+b^2=c^2$ pour tout entier n.
2. Donner les triplets pythagoriciens ainsi obtenus pour $n=2$, $n=3$, $n=4$ et $n=5$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Mettre les trinômes suivants sous **forme canonique** $a(x-\alpha)^2+\beta$ en utilisant les identités remarquables, puis factoriser si possible :

1. $x^2-10x+21$
2. $2x^2+12x+10$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Calculer la somme des identités remarquables suivante en simplifiant au maximum :

$$S=\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)^2+\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)^2$$

Puis démontrer la formule générale connue sous le nom d'**identité du parallélogramme** :

$$(a+b)^2+(a-b)^2=2(a^2+b^2)$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

1. Développer $(x+1)^2-(x-1)^2$ grâce aux identités remarquables.
2. En déduire comment calculer très vite $\left(500+\frac{1}{500}\right)^2-\left(500-\frac{1}{500}\right)^2$ et $\left(10^6+10^{-6}\right)^2-\left(10^6-10^{-6}\right)^2$ sans calculatrice !

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Développe $(x+11)^2$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Développe $(2x-7)^2$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Calcule 103^2 mentalement.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Calcule 76×84 grâce à une identité remarquable.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Complète $9x^2 + 30x + \square$ pour obtenir un carré.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Réduis $(x+8)^2 - (x-8)^2$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Développe $(5a+b)(5a-b)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Corrige l'égalité $(x+5)^2 = x^2 + 25$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Factorise $81 - 4x^2$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Prouve que le carré d'un entier impair laisse un reste de 1 dans la division par 8.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Développer à l'aide des identités remarquables :

1. $(3x+2)^2$
2. $(5-2y)^2$
3. $(4a-3)(4a+3)$
4. $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Calculer de tête :

1. 49×51
2. 57^2
3. 199^2

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Factoriser :

1. $16x^2 - 40x + 25$
2. $49 - x^2$
3. $x^2 + x + \frac{1}{4}$
4. $(x+1)^2 - 4x^2$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

1. Quelle valeur faut-il donner à c pour que $x^2 + 10x + c$ soit un carré parfait ?
2. Écrire $x^2 + 6x + 1$ sous la forme $(x+a)^2 + b$ (forme canonique).
3. En déduire la valeur minimale de $x^2 + 6x + 1$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

1. Démontrer que $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$.
2. Développer $(x + y + 1)^2$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

1. Montrer que $(n+1)^2 - (n-1)^2 = 4n$.
2. En déduire que tout multiple de 4 (supérieur à 4) est la différence de deux carrés. Écrire 48 et 100 ainsi.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Résoudre à l'aide d'une identité remarquable :

1. $x^2 - 6x + 9 = 25$
2. $4x^2 + 4x + 1 = 0$
3. $x^2 - 10x = 11$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

1. Développer $(a+b)^3$.
2. En déduire une valeur approchée de $1{,}01^3$ sans calculatrice.
3. Calculer $(a+b)^3 - (a-b)^3$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Un carré a un côté de x cm. On augmente ce côté de 3 cm.

1. De combien l'aire augmente-t-elle (en fonction de x) ?
2. Pour quel côté initial l'augmentation vaut-elle 51 cm^2 ?
3. Illustrer géométriquement l'identité utilisée.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Démontrer que pour tous nombres réels a et b : $a^2 + b^2 \geq 2ab$. Dans quel cas a-t-on l'égalité ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Equations du 1er degré et problèmes

Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations du 1er degré suivantes :

1. $\dfrac{3x-2}{4} - \dfrac{5x+1}{6} = \dfrac{x-7}{3} - \dfrac{1}{2}$
2. $0{,}4(2x-5) + 1{,}2 = 0{,}3(x+4)$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations rationnelles suivantes après avoir indiqué les valeurs interdites :

1. $\dfrac{3}{x-2} = \dfrac{5}{x+4}$
2. $\dfrac{x}{x-1} + \dfrac{2}{x+1} = \dfrac{x^2+3}{x^2-1}$
3. $\dfrac{x+3}{x-2} = 1 + \dfrac{5}{x-2}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Résoudre l'équation suivante d'inconnue x selon les valeurs du paramètre réel m :

$$mx - 4 = 2x + m^2 - 4$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Exprimer l'inconnue demandée en fonction des autres variables (manipulation de formules littérales) :

1. En optique (formule de conjugaison des lentilles minces) : $\dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{p'}$. Isoler p' en fonction de f et p.
2. En physique : $E = mgh + \dfrac{1}{2}mv^2$. Isoler m en fonction de E, g, h et v.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations du 1er degré suivantes et représenter la solution sous forme d'intervalle :

1. $5(x-2) - 3(2x+1) > 4 - x$
2. $-3 \leq \dfrac{2x-1}{5} < 7$ *(double inégalité)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Un train de longueur L roulant à vitesse constante met exactement 12 secondes pour dépasser complètement un poteau kilométrique (ponctuel), et 32 secondes pour traverser entièrement un pont de 400 m de long (de l'instant où la locomotive entre sur le pont à l'instant où le dernier wagon en sort).

En posant v la vitesse du train (en m/s) et L sa longueur (en m), calculer L et v (en m/s puis en km/h).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Deux amis, Paul et Quentin, ont économisé ensemble 460 CHF. Si Paul dépense le quart de son argent et Quentin dépense 40 CHF, il leur reste alors exactement la **même somme**.

Combien d'argent possédait chacun au départ ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Un triangle isocèle a un périmètre de 36 cm. Chacun des deux côtés égaux mesure 3 cm de plus que la base. Calculer les dimensions des trois côtés, puis la hauteur relative à la base et l'aire de ce triangle.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

On ajoute un **même nombre** x au numérateur et au dénominateur de la fraction $\dfrac{7}{11}$ pour obtenir la fraction $\dfrac{3}{4}$. Déterminer x en résolvant une équation du 1er degré.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Une péniche navigue sur un fleuve entre deux villes A et B distantes de 60 km. Le courant du fleuve coule de A vers B à la vitesse constante de 3 km/h. Lorsqu'elle descend le fleuve ($A \to B$), la péniche met 4 heures ; elle remonte ensuite de B vers A à la même puissance moteur (même vitesse propre v par rapport à l'eau).

1. Calculer la vitesse propre v de la péniche dans l'eau calme.
2. En déduire sa vitesse effective lors de la remontée ($B \to A$) et la durée du trajet retour (en heures et minutes).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Résous $5x + 9 = 19$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Résous $9 - 5x = 24$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Résous $5(x + 2) = 45$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Résous $5x + 9 = 6x + 2$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Résous $x/5 + 4 = 9$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Un abonnement coûte 9 CHF d'entrée puis 5 CHF par séance. Une facture vaut 49 CHF. Combien de séances ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Un rectangle de largeur 5 cm a un périmètre de 28 cm. Quelle est sa longueur ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Résous $5(x + 2) = 5x + 10$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Résous $5x + 9 = 5x + 10$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Deux nombres entiers consécutifs totalisent 19. Écris une équation et trouve les nombres.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Résoudre :

$$\frac{2x+1}{3} - \frac{x-2}{4} = 2$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Résoudre en discutant selon la valeur du paramètre a : $ax + 3 = 2x + a$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Résoudre :

$$\frac{3}{x-2} = \frac{5}{x+2}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Résoudre et donner les solutions sous forme d'intervalle :

1. $\frac{3x-1}{2} \leq x+4$
2. $|3x-6| = 9$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Un torréfacteur mélange 15 kg de café à 24 CHF/kg avec un café à 18 CHF/kg, pour obtenir un mélange à 20 CHF/kg.

Quelle quantité du second café faut-il ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Un robinet remplit une piscine en 6 heures ; une vidange la vide en 9 heures. Par erreur, on ouvre les deux en même temps.

En combien de temps la piscine sera-t-elle pleine ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Un article est vendu avec un rabais de 15 %, puis la TVA de 8,1 % est ajoutée. Le client paie 183,77 CHF.

Quel était le prix hors taxe avant rabais ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Un père a quatre fois l'âge de son fils. Dans 20 ans, il n'aura plus que le double de son âge.

Quels sont leurs âges actuels ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Deux villes sont distantes de 150 km. Une voiture part de la ville A à 8 h à 70 km/h ; une autre part de B à 8 h 30 à 80 km/h, en sens inverse.

À quelle heure et à quelle distance de A se croisent-elles ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Résoudre les inéquations et interpréter :

1. $\frac{x}{2} - \frac{x-1}{3} > \frac{x+1}{6}$
2. $2(x+1) < 2x - 3$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Equations du 2e degré et problèmes

Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations du second degré suivantes par **factorisation** (sans passer par la formule du discriminant) :

1. $5x^2 - 20x = 0$
2. $4x^2 - 49 = 0$
3. $x^2 - 9x + 18 = 0$
4. $(2x - 3)^2 = (x + 1)^2$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations du second degré suivantes à l'aide du **discriminant** $\Delta = b^2 - 4ac$:

1. $2x^2 - 5x - 3 = 0$
2. $9x^2 - 12x + 4 = 0$
3. $3x^2 + 2x + 5 = 0$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $x^2 - 4x - 1 = 0$ (donner les valeurs exactes simplifiées sous forme $a \pm \sqrt{b}$).
2. Vérifier que la **somme** des deux racines vaut bien $-\dfrac{b}{a} = 4$ et que leur **produit** vaut $\dfrac{c}{a} = -1$ (relations de Viète).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Pour quelles valeurs du paramètre réel m l'équation du second degré :

$$x^2 + mx + 9 = 0$$

admet-elle :

1. une **unique** solution réelle (racine double) ?
2. **deux** solutions réelles distinctes ?
3. **aucune** solution réelle ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Résoudre l'équation **bicarrée** suivante dans $\mathbb{R}$ en posant $X = x^2$:

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Résoudre l'équation rationnelle suivante (attention aux valeurs interdites !) :

$$\frac{x}{x-2} + \frac{1}{x+2} = \frac{8}{x^2 - 4}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Un terrain rectangulaire a un périmètre de 68 m et une aire de 240 m^2. Déterminer la longueur L et la largeur ℓ de ce terrain à l'aide d'une équation du second degré.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Un triangle rectangle a une hypoténuse de 25 cm et un périmètre de 60 cm. En posant x l'un des côtés de l'angle droit, montrer que x vérifie une équation du 2e degré et calculer les longueurs des deux cathètes.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Une association loue un car pour une excursion au prix global fixe de 1200 CHF, partagé équitablement entre les participants. Au dernier moment, 5 personnes se désistent : les participants restants doivent alors payer chacun 8 CHF de plus que prévu initialement.

En posant n le nombre de participants prévus **au départ**, déterminer n et le prix final payé par chaque voyageur.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Deux robinets A et B remplissent ensemble un réservoir en exactement 2 h 24 min (2,4 h). Ouvert seul, le robinet B met 2 heures de plus que le robinet A seul pour remplir ce même réservoir.

En posant t la durée (en heures) mise par le robinet A seul, écrire une équation rationnelle, la transformer en équation du 2e degré et trouver les temps de remplissage de A et de B seuls.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Résous $(x-5)(x+8)=0$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Résous $x^2=64$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Résous $x^2+25=0$ dans les réels.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Résous $x^2-10x+25=0$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Résous $x^2-13x+40=0$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Résous $5x^2 - 40x = 0$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Résous $(x + 5)^2 = 9$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Un carré a pour côté x + 5 et une aire de 169. Quelle est la valeur de x admissible si le côté est positif ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Trouve c pour que $x^2 + 16x + c = 0$ ait une racine double.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Combien de solutions réelles a $x^2 + 10x + 26 = 0$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Résoudre :

1. $3x^2 - 5x - 2 = 0$
2. $x^2 - 4x + 1 = 0$
3. $9x^2 - 12x + 4 = 0$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Le produit de deux entiers consécutifs vaut 156. Trouver ces entiers.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Un rectangle a une aire de 60 cm^2 et une diagonale de 13 cm.

Calculer ses dimensions.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Résoudre :

1. $x + \frac{6}{x} = 5$
2. $x - \sqrt{x} - 6 = 0$ (poser $X = \sqrt{x}$)

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

On considère l'équation $x^2 - (m+2)x + 2m = 0$, où m est un paramètre réel.

1. Vérifier que 2 est toujours solution.
2. En déduire l'autre solution.
3. Pour quelle valeur de m l'équation a-t-elle une solution double ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Une pierre est lancée vers le haut depuis le bord d'une falaise. Sa hauteur au-dessus du pied de la falaise est $h(t) = -5t^2 + 20t + 25$ (en m).

1. Quelle est la hauteur de la falaise ?
2. Quelle hauteur maximale la pierre atteint-elle ?
3. Quand touche-t-elle le pied de la falaise ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

On considère l'équation $2x^2 - 6x + 3 = 0$, de solutions x_1 et x_2.

1. Sans calculer les solutions, donner $x_1 + x_2$ et $x_1 x_2$.
2. En déduire $x_1^2 + x_2^2$ et $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Pour quelles valeurs de k l'équation $x^2 + kx + 4 = 0$ a-t-elle :

1. deux solutions distinctes ?
2. une solution double ?
3. aucune solution ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Un groupe d'amis loue un chalet pour 1 800 CHF, à partager équitablement. Trois amis se désistent, et la part de chacun des autres augmente de 50 CHF.

Combien étaient-ils au départ ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Un cadre de largeur constante x (en cm) entoure une photo de 20 cm $\times$ 30 cm. L'aire du cadre seul est égale à l'aire de la photo.

1. Montrer que x vérifie $x^2 + 25x - 150 = 0$.
2. Calculer x.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Systèmes d'équations et problèmes

Exercice 1

Résoudre les deux systèmes linéaires suivants (l'un par substitution, l'autre par combinaison linéaire) :

1. $\begin{cases} 3x - y = 11 \\ 2x + 5y = 13 \end{cases}$
2. $\begin{cases} 4x + 3y = 5 \\ 6x - 5y = 17 \end{cases}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Résoudre le système à coefficients fractionnaires suivant :

$$\begin{cases} \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = 4 \\ \dfrac{x}{3} - \dfrac{y}{2} = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Résoudre les deux systèmes suivants et donner leur **interprétation graphique** (droites sécantes, parallèles disjointes ou confondues) :

1. $\begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ -4x + 6y = 5 \end{cases}$
2. $\begin{cases} 3x + y = 7 \\ 6x + 2y = 14 \end{cases}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Une fonction affine $f(x) = mx + h$ vérifie $f(-2) = 13$ et $f(4) = -5$. Écrire le système de deux équations à deux inconnues m et h, le résoudre, et vérifier en calculant $f(1)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Résoudre le système de 3 **équations à** 3 **inconnues** suivant :

$$\begin{cases} x + y + z = 6 & (L_1) \\ 2x - y + 3z = 9 & (L_2) \\ -x + 3y + 2z = 11 & (L_3) \end{cases}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Pour un banquet, un traiteur facture deux commandes :

- 4 **menus « Découverte » et** 3 **menus « Prestige »** coûtent ensemble 375 CHF.
- 2 **menus « Découverte » et** 5 **menus « Prestige »** coûtent ensemble 415 CHF.

Quel est le prix unitaire de chaque menu ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Un nombre naturel s'écrit avec deux chiffres $\overline{ab}$.

- La somme de ses deux chiffres vaut 11.
- Lorsqu'on inverse l'ordre de ses chiffres (pour former $\overline{ba}$), le nouveau nombre dépasse l'ancien de 27.

Trouver ce nombre en résolvant un système d'équations.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Un avion effectue un vol aller-retour entre deux aéroports distants de 1800 km, à vitesse propre constante v, en présence d'un vent arrière constant de vitesse w à l'aller (de face au retour).

- Avec le vent favorable (aller), le vol dure 2 heures.
- Contre le vent (retour), le vol dure 2 h 30 min (2,5 h).

Calculer la vitesse propre v de l'avion et la vitesse w du vent.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Résoudre le système **non linéaire** suivant à deux inconnues x et y ($x \neq 0, y \neq 0$) par changement de variables $u = \dfrac{1}{x}$ et $v = \dfrac{1}{y}$:

$$\begin{cases} \dfrac{2}{x} + \dfrac{3}{y} = 2 \\ \dfrac{4}{x} - \dfrac{9}{y} = -1 \end{cases}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Dans un rectangle, si l'on augmente la longueur de 3 cm et qu'on diminue la largeur de 2 cm, l'aire ne change pas. En revanche, si l'on diminue la longueur de 2 cm et qu'on augmente la largeur de 3 cm, l'aire augmente de 15 cm^2.

Déterminer la longueur x et la largeur y initiales de ce rectangle.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Résous le système $x + y = 19$ et $x - y = 7$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Résous $y = 3x - 2$ et $x + y = 18$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Un parking contient 14 vélos et tricycles au total. Ils ont 34 roues. Combien y a-t-il de tricycles ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Combien de solutions a le système $x + 2y = 8$ et $2x + 4y = 17$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Résous le système $3x + y = 16$ et $3x - y = 8$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Décris toutes les solutions de $x - y = 5$ et $4x - 4y = 20$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Un enclos contient des poules et des lapins. On compte 17 têtes et 48 pattes. Combien y a-t-il de chaque animal ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Résous graphiquement ou par le calcul l'intersection de $y = 2x + 3$ et $y = -x + 15$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Une tirelire contient 16 pièces de 1 CHF ou de 2 CHF, pour 25 CHF. Combien de pièces de chaque sorte ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Vérifie si le couple $(-2,\ 5)$ résout simultanément $3x + y = -1$ et $x + 2y = 7$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Résoudre par combinaison :

$$\begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ 5x - 2y = 4 \end{cases}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Résoudre par substitution :

$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ 3x + 2y = 12 \end{cases}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Résoudre et interpréter graphiquement :

1. $\begin{cases} 2x + 4y = 6 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$
2. $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + 4y = 6 \end{cases}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Une tirelire contient 25 pièces de 2 CHF et de 5 CHF, pour un total de 80 CHF.

Combien y a-t-il de pièces de chaque sorte ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Un laborantin veut préparer 30 L d'une solution à 40 % en mélangeant une solution à 20 % et une solution à 50 %.

Quels volumes de chaque solution doit-il utiliser ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Un bateau parcourt 36 km en descendant une rivière en 2 heures, et les mêmes 36 km en remontant en 3 heures.

Calculer la vitesse du bateau en eau calme et celle du courant.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Résoudre le système à trois inconnues :

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x - y + z = 2 \\ 2x + y - z = 1 \end{cases}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Déterminer la fonction $f(x) = ax^2 + bx + c$ dont la parabole passe par $(0; 1)$, $(1; 2)$ et $(2; 5)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Un nombre de deux chiffres a une somme des chiffres égale à 9. Si l'on inverse ses chiffres, on obtient un nombre plus petit de 27.

Trouver ce nombre.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

On considère le système $\begin{cases} mx + y = 2 \\ x + y = 1 \end{cases}$ où m est un paramètre réel.

1. Pour quelles valeurs de m le système a-t-il une unique solution ? Donner cette solution.
2. Que se passe-t-il pour $m = 1$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Constructions géométriques

Exercice 1

On donne un segment $[AB]$ de longueur 6 cm. On veut construire le lieu géométrique des points M situés au-dessus de (AB) tels que $\widehat{AMB} = 45°$ (**arc capable de** 45°).

1. Expliquer comment construire géométriquement (à la règle et au compas) le **centre** O de ce cercle porteur de l'arc capable.
2. Calculer la valeur exacte du rayon $R = OA$ de ce cercle.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

On souhaite construire un triangle ABC connaissant :

- la base $BC = 8$ cm ;
- l'angle opposé $\widehat{BAC} = 60°$;
- la hauteur issue de A, $h_A = 4$ cm.

1. À l'intersection de quels **deux lieux géométriques** se trouve le sommet A ?
2. Calculer le rayon de l'arc capable de 60° sur $[BC]$ et la distance de son centre O à $[BC]$, puis déterminer combien de sommets A conviennent au-dessus de (BC).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Soit deux cercles extérieurs l'un à l'autre : $\mathcal{C}_1(O_1; R_1 = 5 \text{ cm})$ et $\mathcal{C}_2(O_2; R_2 = 2 \text{ cm})$, dont les centres sont distants de $O_1O_2 = 10$ cm.

On veut construire une **tangente extérieure commune** aux deux cercles (par exemple une courroie tendue entre deux poulies).

1. Expliquer l'astuce du « cercle auxiliaire de rayon $R_1 - R_2 = 3$ cm centré en O_1 » permettant de ramener le problème à la construction d'une tangente depuis le point O_2.
2. Calculer la longueur exacte du segment de tangence $[T_1T_2]$ entre les deux points de contact.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

À la règle non graduée et au compas uniquement, on part d'un segment unité de longueur 1. Expliquer comment construire exactement un segment de longueur :

1. $\sqrt{5}$
2. $\sqrt{6}$ *(par deux applications de Pythagore ou grâce au cercle de Thalès : moyenne géométrique)*
3. $\sqrt{13}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

On donne deux droites sécantes (d_1) et (d_2) se coupant en O, et un point P situé à l'intérieur d'un des secteurs angulaires formés par (d_1) et (d_2).

Décrire comment construire un **cercle passant par P et tangent à la fois à (d_1) et à (d_2)** *(Indication : utiliser la bissectrice et une homothétie de centre O !).*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Construire un **carré inscrit** dans un demi-cercle de centre O et de rayon $R = 5$ cm (deux sommets reposent sur le diamètre $[AB]$, symétriquement par rapport à O, et les deux autres sommets appartiennent au demi-cercle).

1. Expliquer comment construire ce carré par **homothétie de centre O** *(Indication : construire d'abord un carré auxiliaire posé symétriquement sur (AB) de centre O).*
2. Calculer par le théorème de Pythagore la longueur exacte du côté c du carré inscrit dans le demi-cercle de rayon $R = 5$ cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

On souhaite construire un triangle ABC connaissant les trois longueurs :

- base $BC = 10$ cm ;
- hauteur issue de A : $h_A = 4$ cm ;
- médiane issue de A : $m_A = 5$ cm.

1. Décrire précisément la construction (en plaçant le milieu M de $[BC]$).
2. Quel détail particulier se produit ici avec $m_A = 5$ cm $= \frac{1}{2}BC$? En déduire la nature du triangle ABC et calculer la longueur des deux autres côtés AB et AC.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Dans un segment $[AB]$ de longueur $a = 8$ cm, on veut construire géométriquement (au compas et à la règle) le point $C \in [AB]$ réalisant le **partage en moyenne et extrême raison** (**section d'or**), c'est-à-dire tel que $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{AC}{CB} = \Phi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

1. Montrer que l'on obtient cette proportion si $AC = \dfrac{a(\sqrt{5}-1)}{2}$.
2. Comment construire la longueur $\frac{a(\sqrt{5}-1)}{2}$ au compas à partir de $[AB]$ en traçant un triangle rectangle de cathètes a et $\frac{a}{2}$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Soit un angle saillant $\widehat{xOy} = 50^\circ$ et un point P situé à l'intérieur de cet angle. On veut tracer une droite passant par P qui coupe $[Ox)$ en A et $[Oy)$ en B de façon que P **soit exactement le milieu du segment** $[AB]$.

Expliquer comment construire les points A et B uniquement à l'aide de parallèles (règle et compas) ! *(Indice : penser aux diagonales d'un parallélogramme ou au théorème des milieux dans OAB.)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

On donne deux cercles concentriques de centre O et de rayons respectifs $r = 3$ cm et $R = 5$ cm, ainsi qu'un point A sur le grand cercle.

1. Construire une corde $[AB]$ du grand cercle qui soit **tangente** au petit cercle.
2. Quelle est la longueur exacte de cette corde $[AB]$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Construis la médiatrice d'un segment AB de 12 cm. À quelle distance de A coupe-t-elle le segment ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Construis un triangle de côtés 6, 9 et 10 cm. Comment placer le troisième sommet ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Construis la bissectrice d'un angle de 74°. Quels angles obtiens-tu ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Place un point P à 6 cm d'une droite d. Comment contrôler la distance ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Construis un carré à partir d'une diagonale de 18 cm. Quelle est la longueur de l'autre diagonale ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Trace un cercle de rayon 9 cm. Construis la tangente en un point A du cercle.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Construis un losange de diagonales 12 cm et 18 cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Deux points sont à 12 cm l'un de l'autre. Où placer le centre d'un cercle de rayon 6 cm passant par les deux ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Place sur une droite d deux points distants de 9 cm. Construis une parallèle à d à 6 cm d'un côté fixé.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Construis un triangle isocèle de base 12 cm et de hauteur 9 cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

On donne $A(0;0)$, $B(6;0)$ et $C(0;8)$.

1. Construire le cercle circonscrit au triangle ABC (décrire la méthode).
2. Déterminer son centre et son rayon par le calcul.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

On considère le triangle rectangle de côtés 3, 4 et 5 cm.

1. Comment construire son cercle inscrit ?
2. Calculer son rayon à l'aide de la formule $r = \frac{\mathcal{A}}{s}$ (s = demi-périmètre).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Deux cercles de rayons 3 cm et 8 cm ont leurs centres distants de 13 cm.

1. Calculer la longueur d'une tangente commune **extérieure** (entre les deux points de contact).
2. Calculer la longueur d'une tangente commune **intérieure**.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

On veut construire à la règle et au compas un segment de longueur $\sqrt{ab}$, avec $a = 4$ cm et $b = 9$ cm.

1. On place sur une droite A, H, B avec $AH = 4$ et $HB = 9$, on trace le demi-cercle de diamètre $[AB]$ et la perpendiculaire à (AB) en H, qui coupe le demi-cercle en C. Montrer que $CH^2 = AH \times HB$.
2. En déduire CH.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

On donne un segment $[AB]$ de 6 cm.

1. Quel est le lieu des points M tels que $\widehat{AMB} = 90°$?
2. Combien de points M de ce lieu sont à 2 cm de la droite (AB) ? Et à 3 cm ? Et à 4 cm ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Construction d'un rectangle d'or : on trace un carré $ABCD$ de côté 2 cm, on place le milieu M de $[AB]$, puis on trace l'arc de centre M et de rayon MC jusqu'à la droite (AB), en E.

1. Calculer MC.
2. Calculer AE et le rapport $\frac{AE}{AD}$. Que remarque-t-on ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

On veut construire un triangle ABC rectangle en C, d'hypoténuse $AB = 8$ cm et de hauteur issue de C égale à 3 cm.

1. Sur quels lieux se trouve C ?
2. Combien de positions de C conviennent ?
3. Peut-on construire un tel triangle avec une hauteur de 5 cm ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

On construit un hexagone régulier inscrit dans un cercle de rayon 5 cm.

1. Expliquer pourquoi on peut reporter le rayon 6 fois sur le cercle.
2. Calculer le périmètre et l'aire de l'hexagone (au dixième).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Démontrer que les trois médiatrices d'un triangle ABC sont concourantes.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

D'un point P situé à 13 cm du centre O d'un cercle de rayon 5 cm, on trace les deux tangentes, qui touchent le cercle en T_1 et T_2.

1. Calculer PT_1.
2. Calculer l'aire du quadrilatère OT_1PT_2.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Transformations géométriques

Exercice 1

Dans le plan, on considère deux droites **parallèles** d_1 et d_2 distantes de 3,5 cm (en allant de d_1 vers d_2 vers la droite). Soit F' l'image d'une figure F par la symétrie axiale S_{d_1}, puis F'' l'image de F' par la symétrie axiale S_{d_2}.

1. Quelle **transformation unique** permet de passer directement de F à F'' ? Préciser tous ses éléments caractéristiques (direction, sens et norme/longueur).
2. Que se passe-t-il si l'on applique d'abord S_{d_2} puis S_{d_1} ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Soient deux droites **sécantes** d_1 et d_2 se coupant en un point O, l'angle orienté de d_1 vers d_2 étant de $+35°$ (sens antihoraire).

1. Quelle est la **transformation unique** obtenue en composant la symétrie axiale S_{d_1} suivie de S_{d_2} ? Donner son centre et son angle orienté exact.
2. Pour quel angle entre d_1 et d_2 la composée $S_{d_2} \circ S_{d_1}$ est-elle une **symétrie centrale** de centre O ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Dans un repère orthonormé, on considère le point $M(5;3)$ et le centre $C(2;1)$. Calculer les coordonnées de l'image de M par :

1. la **symétrie centrale** de centre C ;
2. la **rotation** de centre C et d'angle $+90°$ (sens antihoraire) ;
3. la **rotation** de centre C et d'angle $-90°$ (sens horaire).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Dans un repère orthonormé, le triangle $A'B'C'$ est l'image du triangle ABC par une transformation géométrique :

$$A(1;2) \mapsto A'(4;-1), \qquad B(3;5) \mapsto B'(6;2), \qquad C(-2;4) \mapsto C'(1;1)$$

1. Vérifier s'il s'agit d'une **translation** et, si oui, donner les composantes de son vecteur $\vec{t}$.
2. Quelles sont les coordonnées du point D dont l'image par cette même translation est $D'(0;0)$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Dans un repère orthonormé, on considère la droite (d) d'équation $y = x$ (première bissectrice).

1. Quelle est l'image du point $P(4;-1)$ par la symétrie axiale d'axe (d) ? *(Indication : tracer mentalement la médiatrice / échange des coordonnées.)*
2. En déduire les coordonnées de l'image du point $Q(-3;5)$ par la symétrie d'axe (d') d'équation $y = -x$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Parmi les quatre **isométries** du plan : *translation*, *rotation*, *symétrie centrale* et *symétrie axiale* :

1. Laquelle ou lesquelles **inversent l'orientation** des figures (transformation indirecte : une main gauche devient une main droite) ?
2. Quels sont les **points invariants** (points confondus avec leur propre image) pour chacune de ces quatre transformations (dans le cas non identique) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

On considère un **carré** $ABCD$ de centre O (sommets A, B, C, D dans le sens horaire).

1. Quelles sont les **isométries** qui laissent le carré $ABCD$ globalement invariant (symétries du carré) ? Compter combien il y a de rotations (y compris l'identité) et combien il y a de symétries axiales.
2. Quelle est l'image du côté $[AB]$ par la rotation de centre O et d'angle $90°$ dans le sens horaire ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Un hexagone régulier $ABCDEF$ inscrit dans un cercle de centre O (sommets dans le sens antihoraire) est composé de 6 triangles équilatéraux accolés autour de O.

1. Quelle est l'image du triangle OAB par :
   a) la rotation de centre O et d'angle $+120°$?
   b) la symétrie centrale de centre O ?
   c) la symétrie axiale par rapport à la droite (OB) ?
2. Par quelle **translation** le point A a-t-il pour image O, et quelle est alors l'image du point F ? *(Indice : observer les losanges formés par deux triangles équilatéraux.)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Dans un repère orthonormé, on considère deux triangles rectangles isométriques :

- T_1 de sommets $A(1;1)$, $B(4;1)$, $C(4;3)$;
- T_2 de sommets $A'(-1;3)$, $B'(-1;6)$, $C'(-3;6)$.

1. Déterminer par le calcul la **rotation** (centre I et angle orienté) qui transforme A en A', B en B' et C en C'. *(Indice : comparer les directions de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{A'B'}$, puis chercher le point fixe I à l'intersection des médiatrices de $[AA']$ et $[BB']$.)*
2. Calculer les coordonnées de l'image D' du point $D(2;5)$ par cette même rotation.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

On applique successivement à une figure F :

1. une symétrie centrale S_A de centre $A(0;0)$;
2. suivie d'une symétrie centrale S_B de centre $B(4;2)$.

En testant sur deux points $M(x;y)$ et $N(1;-3)$, montrer que la transformation composée $S_B \circ S_A$ est une **translation**, et exprimer son vecteur $\vec{t}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Réfléchis P(4, 7) dans l'axe des abscisses.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Réfléchis P(−4, 7) dans l'axe des ordonnées.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Applique la symétrie centrale de centre O(0, 0) à P(4, −7).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Translate P(4, 7) par le vecteur (3, −2).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Une translation envoie A(4, 7) sur A'(8, 4). Où envoie-t-elle l'origine ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Fais tourner P(4, 0) de 90° dans le sens antihoraire autour de l'origine.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Une symétrie d'axe horizontal envoie P(4, 7) sur P'(4, 11). Donne l'équation de l'axe.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Quel point reste fixe dans une symétrie centrale de centre C(4, 7) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Deux translations successives ont pour vecteurs (4, 2) et (−4, 3). Quel déplacement unique donne le même résultat ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Un triangle de côtés 7, 7 et 11 cm subit une rotation. Quel est le périmètre de son image ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

La rotation de centre O et d'angle 90° (sens inverse des aiguilles d'une montre) transforme $(x; y)$ en $(-y; x)$.

1. Donner les images de $A(3; 1)$ et $B(5; 4)$.
2. Vérifier que $AB = A'B'$.
3. Vérifier que (AB) et $(A'B')$ sont perpendiculaires.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Donner l'image de $P(4; 2)$ par la rotation de centre $C(1; 1)$ et d'angle 90° (sens inverse des aiguilles d'une montre).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

On applique au point $M(2; 5)$ la symétrie d'axe $x = 1$, puis la symétrie d'axe $x = 4$.

1. Calculer les images successives.
2. Quelle transformation unique remplace les deux symétries ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

On compose la symétrie d'axe (Ox) et la symétrie d'axe (Oy).

1. Calculer l'image de $(x; y)$.
2. Quelle transformation obtient-on ?
3. Généraliser : que donne la composée de deux symétries d'axes perpendiculaires ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

On donne $I(2;-1)$.

1. Calculer l'image de $A(5;3)$ par la symétrie de centre I.
2. Quel point a pour image $B'(0;0)$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Une translation envoie $A(1;2)$ sur $A'(4;-2)$.

1. Donner le vecteur de translation et sa longueur.
2. Calculer l'image de $B(-3;5)$.
3. Une translation a-t-elle des points fixes ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Quelles rotations (de centre le centre de la figure) laissent invariants :

1. un triangle équilatéral ?
2. un carré ?
3. un hexagone régulier ?

Combien la figure possède-t-elle aussi d'axes de symétrie ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Pour chaque isométrie, indiquer l'ensemble de ses points fixes :

1. une translation non nulle ;
2. une rotation d'angle 90° ;
3. une symétrie axiale ;
4. une symétrie centrale.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Le triangle $A(1;1)$, $B(4;1)$, $C(1;3)$ a pour image $A'(-1;1)$, $B'(-1;4)$, $C'(-3;1)$.

1. Vérifier que les longueurs sont conservées.
2. Identifier la transformation.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Un motif est reproduit sur un papier peint par une translation de 40 cm vers la droite et une translation de 60 cm vers le bas.

1. Un point du motif initial est en $(10;0)$ (en cm, axe vertical orienté vers le bas). Donner les positions de ses images après 3 translations vers la droite et 2 vers le bas.
2. Combien de motifs complets tiennent sur un lé de papier de 1,2 m de large et 2,4 m de haut ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Homothésies

Exercice 1

Dans un repère orthonormé, on considère le centre $O(1;2)$ et les points $A(4;4)$ et $B(3;-2)$. Calculer les coordonnées des images A' et B' par :

1. l'homothétie h_1 de centre O et de rapport $k_1 = 3$;
2. l'homothétie h_2 de centre O et de rapport $k_2 = -2$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Dans le plan, une homothétie h transforme le segment $[AB]$ en $[A'B']$:

$$A(2;1) \mapsto A'(5;4), \qquad B(4;2) \mapsto B'(10;6{,}5)$$

Vérifier d'abord que $[A'B']$ et $[AB]$ sont parallèles, puis déterminer le **rapport** k de cette homothétie et les coordonnées de son **centre** I.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Soit un triangle ABC quelconque et soient M, N, P les milieux respectifs des côtés $[BC]$, $[AC]$ et $[AB]$. On appelle G le **centre de gravité** du triangle ABC (intersection des médianes $[AM]$, $[BN]$, $[CP]$).

1. Par quelle homothétie de centre G le triangle MNP (appelé triangle médian) est-il l'image du triangle ABC ? Justifier la valeur exacte (et le signe !) du rapport k.
2. Si l'aire de ABC vaut 48 cm^2, quelle est l'aire du triangle MNP ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Un projecteur de cinéma fonctionne comme une homothétie de centre la lentille O et de rapport négatif. Une diapositive rectangulaire de 36 mm $\times$ 24 mm est placée à $d_1 = 8$ cm derrière la lentille, et l'écran se trouve à $d_2 = 6{,}0$ m devant la lentille.

1. Quel est le rapport k de cette homothétie ?
2. Quelles sont les dimensions exactes (en mètres) et l'aire (en m^2) de l'image projetée sur l'écran ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Une figure plane F a un périmètre de 28 cm et une aire de 45 cm^2. On lui applique une homothétie h pour obtenir une figure image F' d'aire 180 **cm^2** et retournée par rapport au centre.

1. Quel est le rapport k de cette homothétie ?
2. Quel est le périmètre de la figure image F' ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

On considère deux cercles disjoints $\mathcal{C}_1(O_1; R_1 = 6$ cm) et $\mathcal{C}_2(O_2; R_2 = 2$ cm) dont les centres sont distants de $O_1O_2 = 12$ cm. Deux homothéties transforment $\mathcal{C}_1$ en $\mathcal{C}_2$: l'une de rapport positif ($k_1 > 0$, centre externe I_1) et l'autre de rapport négatif ($k_2 < 0$, centre interne I_2).

1. Donner les valeurs exactes des rapports k_1 et k_2.
2. Calculer les distances O_1I_1 (avec I_1 au-delà de O_2) et O_1I_2 (avec $I_2 \in [O_1O_2]$).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

On applique successivement à une figure F :

1. une homothétie h_1 de centre $O(0;0)$ et de rapport $k_1 = 2$;
2. suivie d'une homothétie h_2 de **même centre** $O(0;0)$ et de rapport $k_2 = -\dfrac{3}{4}$.
3. Quelle est la **transformation unique** équivalente à $h_2 \circ h_1$? Donner son centre et son rapport.
4. Si un polygone de départ a pour aire 32 cm^2, quelle est l'aire de son image finale ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Dans un triangle ABC, la droite passant par $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$ est parallèle à (BC), avec $AM = 4$ cm et $AB = 10$ cm.

1. Par quelle homothétie passe-t-on du triangle ABC au triangle AMN ?
2. Par quelle homothétie passe-t-on inversement du triangle AMN au triangle ABC ?
3. Si $MN = 5{,}2$ cm, calculer BC. Et si l'aire du trapèze $BMNC$ vaut 63 cm^2, quelle est l'aire du petit triangle AMN ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Sur une feuille, on donne un triangle ABC dont le centre O de l'homothétie est hors de la feuille ! Comment tracer pourtant l'image de ABC par l'homothétie qui envoie A sur A' avec rapport $k = \frac{1}{2}$ (c'est-à-dire connaissant A', trouver B' et C' **sans utiliser le centre** O), puis calculer $B'C'$ si $BC = 9$ cm ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Un cône de révolution est coupé parallèlement à sa base aux deux tiers de sa hauteur en partant du sommet S (donc la hauteur du petit cône supérieur vaut $\frac{2}{3}$ de la hauteur totale). Le volume du grand cône vaut $V = 810$ cm^3.

1. Par quelle homothétie de l'espace (centre et rapport) le petit cône est-il l'image du grand cône ?
2. Calculer le volume du petit cône supérieur et en déduire celui du tronc de cône inférieur.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Une homothétie de centre O et de rapport 3 transforme un segment de 7 cm. Quelle est sa nouvelle longueur ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

O est à 8 cm de A. Où est A' après l'homothétie de centre O et de rapport $-1/2$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Un triangle d'aire 45 cm² subit une homothétie de rapport 2/3. Calcule l'aire obtenue.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Quelle homothétie de centre O équivaut à la symétrie centrale de centre O ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

A(3, −7) est transformé par l'homothétie de centre (1, 1) et de rapport 2. Donne A'.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Une droite ne passant pas par le centre subit une homothétie de rapport 2. Quelle est la direction de son image ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Deux homothéties de même centre, de rapports −3 et 1/6, sont appliquées. Quel est leur rapport composé ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Un cercle de rayon 4 cm devient un cercle de rayon 10 cm. Quel est le rapport si le centre et son image sont du même côté du centre d'homothétie ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Un cube de volume 125 cm³ est agrandi par une homothétie de rapport 2. Donne son nouveau volume.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

A et A' sont de part et d'autre de O, à 9 et 27 cm de O. Quel rapport envoie A sur A' ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

On applique à $A(1;2)$ l'homothétie de centre O :

1. de rapport 3 ;
2. de rapport -2 ;
3. de rapport $\frac{1}{2}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Calculer l'image de $A(3;4)$ par l'homothétie de centre $I(1;1)$ et de rapport 2.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Une homothétie envoie $A(1;1)$ sur $A'(3;5)$ et $B(3;1)$ sur $B'(7;5)$.

1. Calculer le rapport k (positif ici).
2. Déterminer le centre I.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Un triangle a un périmètre de 12 cm et une aire de 8 cm^2. On lui applique une homothétie de rapport $-1{,}5$.

Calculer le périmètre et l'aire de l'image.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Un projecteur forme sur un écran l'image d'une diapositive de 24 mm $\times$ 36 mm. L'image mesure 1,2 m $\times$ 1,8 m.

1. Quel est le rapport de l'homothétie (en valeur absolue) ?
2. Par combien l'aire est-elle multipliée ?
3. Pourquoi l'image est-elle beaucoup moins lumineuse que la diapositive ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Une pyramide de hauteur 9 cm et de volume 270 cm^3 est coupée par un plan parallèle à la base, à 6 cm du sommet.

1. Quel est le rapport de la petite pyramide par rapport à la grande ?
2. Calculer le volume de la petite pyramide et celui du tronc.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Deux téléviseurs ont le même format ; leurs diagonales mesurent 40 et 55 pouces.

1. Quel est le rapport des longueurs ?
2. Par combien la surface de l'écran est-elle multipliée (au centième) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Montrer que l'homothétie de rapport -1 est une symétrie centrale. Quelles autres transformations connues sont des homothéties ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Un triangle ABC a pour aire 45 cm^2. On trace $[MN]$ parallèle à $[BC]$, avec $M \in [AB]$ et $AM = \frac{1}{3}AB$.

1. Quel est le rapport de l'homothétie de centre A qui transforme ABC en AMN ?
2. Calculer l'aire du triangle AMN et celle du trapèze $MNCB$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Sur une carte au $1 : 50\,000$, un lac a une aire de 6 cm^2.

En considérant la carte comme une réduction (homothétie) du terrain, calculer l'aire réelle du lac en km^2.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Angles et problèmes

Exercice 1

Un quadrilatère $ABCD$ est inscrit dans un cercle $\mathcal{C}$ de centre O (sommets dans cet ordre sur le cercle). On donne $\widehat{BAD} = 72°$ et $\widehat{ABD} = 48°$.

1. Calculer les angles $\widehat{ADB}$ et $\widehat{BCD}$ *(Rappel : dans un quadrilatère inscriptible, deux angles opposés sont supplémentaires : $\widehat{A} + \widehat{C} = 180°$).*
2. Calculer l'angle au centre $\widehat{BOD}$ (côté opposé à A) et l'angle inscrit $\widehat{ACD}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Soit un triangle ABC quelconque dont les angles intérieurs vérifient $\widehat{BAC} = 64°$. On trace les bissectrices des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$, qui se coupent au centre du cercle inscrit I.

1. Calculer la somme $\widehat{IBC} + \widehat{ICB}$, puis en déduire la mesure exacte de l'angle $\widehat{BIC}$.
2. Généraliser en exprimant $\widehat{BIC}$ uniquement en fonction de $\alpha = \widehat{BAC}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Une corde $[AB]$ d'un cercle $\mathcal{C}$ de centre O sous-tend un angle au centre $\widehat{AOB} = 84°$. On trace la **tangente** (AT) au cercle au point A (du côté du petit arc $\widehat{AB}$).

1. Calculer l'angle $\widehat{OAB}$ puis l'angle **tangente-corde** $\widehat{TAB}$ (compris entre la tangente et la corde $[AB]$).
2. Quel lien retrouve-t-on entre l'angle tangente-corde $\widehat{TAB}$ et l'angle inscrit $\widehat{AMB}$ (où M est sur le grand arc $\widehat{AB}$) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

À l'intérieur d'un pentagone régulier $ABCDE$, on trace les diagonales formant une **étoile à 5 branches** (pentagramme).

1. Calculer l'angle intérieur $\widehat{EAB}$ du pentagone régulier.
2. En considérant le triangle isocèle ABE (puis ABC), calculer l'angle au sommet $\widehat{CAD}$ de chacune des 5 pointes de l'étoile.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Une horloge analogique fonctionne normalement avec une petite aiguille (heures) et une grande aiguille (minutes) qui avancent de manière continue.

1. Quelle est la vitesse angulaire (en degrés par minute) de la grande aiguille ? Et celle de la petite aiguille ?
2. Calculer le **plus petit angle** formé entre les deux aiguilles à :
   a) 03 h 00 b) 03 h 30 c) 08 h 20

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Deux droites parallèles (d_1) et (d_2) sont coupées par une sécante (s), formant en un point $A \in d_1$ et $B \in d_2$ une paire d'angles **internes du même côté** (co-intérieurs) notés α et β. On trace les **bissectrices** de α et de β, qui se coupent en un point I.

1. Quelle est la somme $\alpha + \beta$?
2. Démontrer que les deux bissectrices sont **perpendiculaires** ($\widehat{AIB} = 90°$).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Pour mesurer la circonférence de la Terre, **Ératosthène** (IIIe siècle av. J.-C.) observa au solstice d'été à midi :

- à Syène (Assouan), le Soleil éclaire le fond d'un puits vertical (angle 0°) ;
- au même instant à Alexandrie, située à une distance $d = 5000$ stades $\approx 787{,}5$ km quasiment sur le même méridien, un obélisque vertical projette une ombre formant avec les rayons du Soleil un angle au sommet $\alpha = 7{,}2°$.

1. En supposant les rayons du Soleil parallèles entre eux, justifier à l'aide des **angles alternes-internes** (ou correspondants) pourquoi l'angle au centre de la Terre entre Syène et Alexandrie vaut lui aussi $\alpha = 7{,}2°$.
2. En déduire par proportionnalité la circonférence de la Terre C et son rayon R (avec $d = 787{,}5$ km).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Un angle inscrit dans un cercle mesure $\widehat{AMB} = 38°$. Une droite passant par A et B forme une corde, et un point P à l'extérieur du cercle appartient à l'intersection de deux sécantes (PA) (coupant le cercle en A puis C) et (PB) (coupant le cercle en B puis D). Sachant que les angles au centre des deux arcs interceptés entre les sécantes valent $\widehat{COD} = 110°$ (grand arc extérieur) et $\widehat{AOB} = 42°$ (petit arc intérieur) :

1. Calculer les angles inscrits $\widehat{CAD}$ et $\widehat{ADB}$ dans le triangle PAD (où P, A, C et P, B, D alignés, $A \in [PC]$ et $B \in [PD]$).
2. En déduire l'angle $\widehat{APB}$ formé par les deux sécantes *(et vérifier la formule* $\widehat{APB} = \frac{\widehat{COD} - \widehat{AOB}}{2}$*)*.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Dans un triangle ABC, la hauteur issue de A coupe $[BC]$ en H et la bissectrice issue de A coupe $[BC]$ en D. On donne $\widehat{B} = 72°$ et $\widehat{C} = 34°$.

1. Calculer l'angle $\widehat{BAC}$, puis les angles $\widehat{BAH}$ et $\widehat{BAD}$.
2. En déduire l'angle $\widehat{HAD}$ entre la hauteur et la bissectrice issues de A.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Calculer la **somme des angles aux 5 pointes** d'une étoile à 5 branches quelconque (non nécessairement régulière) construite en prolongeant les côtés d'un pentagone convexe central $PQRST$. *(Astuce : dans chaque triangle extérieur formé sur une arête du pentagone, utiliser les angles extérieurs du pentagone dont la somme vaut toujours 360°.)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Deux angles adjacents forment un angle plat. Le premier mesure 137°. Donne le second.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Deux droites sécantes forment un angle de 58°. Quelle est la mesure de l'angle opposé par le sommet ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Deux parallèles sont coupées par une sécante. Un angle correspondant à un angle de 73° mesure combien ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Deux angles intérieurs du même côté d'une sécante valent 105° et 75°. Que peut-on conclure sur les droites ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Un tapis circulaire est partagé en huit secteurs égaux. Quelle est l'ouverture de chacun ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Un angle au centre de 124° et un angle inscrit interceptent le même arc. Donne l'angle inscrit.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Deux angles complémentaires valent x et 2x. Calcule-les.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Un triangle a des angles proportionnels à 2, 3 et 4. Trouve leurs mesures.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Une bissectrice forme 32° avec un côté. Donne l'angle entier.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Dans un polygone convexe, l'angle extérieur adjacent mesure 24°. Quelle mesure intérieure obtient-on ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Sur un cercle de centre O, les points A, B et M sont tels que l'angle inscrit $\widehat{AMB}$ mesure 35°.

1. Que vaut l'angle au centre $\widehat{AOB}$ interceptant le même arc ?
2. Un autre point N est sur le même arc que M. Que vaut $\widehat{ANB}$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

$ABCD$ est un quadrilatère inscrit dans un cercle, avec $\widehat{A} = 80°$ et $\widehat{B} = 95°$.

Calculer $\widehat{C}$ et $\widehat{D}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

1. Calculer la mesure d'un angle intérieur d'un polygone régulier à 15 côtés.
2. Un polygone régulier a des angles intérieurs de 162°. Combien a-t-il de côtés ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Dans un triangle ABC, $\widehat{A} = 70°$. Les bissectrices des angles $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$ se coupent en I.

1. Calculer $\widehat{B} + \widehat{C}$.
2. Calculer $\widehat{BIC}$.
3. Montrer qu'en général $\widehat{BIC} = 90° + \frac{\widehat{A}}{2}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Quel angle forment les aiguilles d'une horloge à 7 h 20 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Deux droites parallèles d_1 et d_2 sont coupées par une sécante. L'un des angles formés en d_1 mesure $3x + 10$ et son angle alterne-interne en d_2 mesure $5x - 30$ (en degrés).

1. Calculer x.
2. Donner les mesures des huit angles formés.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Un triangle ABC est inscrit dans un cercle de centre O, et l'angle au centre $\widehat{BOC}$ mesure 120°.

1. Que vaut $\widehat{BAC}$ (si A est sur le grand arc) ?
2. Si de plus $AB = AC$, calculer les deux autres angles du triangle.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Dans un pentagramme (étoile à cinq branches inscrite dans un pentagone régulier), calculer l'angle à chaque pointe.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Démontrer que la somme des angles extérieurs d'un triangle (un en chaque sommet) vaut 360°.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Une tangente en T à un cercle de centre O et une corde $[TA]$ forment un angle de $40°$.

1. Calculer l'angle $\widehat{OTA}$.
2. Calculer l'angle au centre $\widehat{TOA}$.
3. En déduire un angle inscrit $\widehat{TBA}$ (B sur le grand arc).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Triangles

Exercice 1

On considère un triangle ABC rectangle en A, et $[AH]$ la hauteur issue de A ($H \in [BC]$). On donne les deux projections sur l'hypoténuse : $BH = 9$ cm et $HC = 16$ cm.

1. Justifier que les trois triangles ABC, HBA et HAC sont **semblables** (deux à deux).
2. En écrivant l'égalité des rapports de similitude entre HBA et HAC, démontrer la relation de la hauteur $AH^2 = BH \cdot HC$ et calculer AH.
3. Calculer ensuite les longueurs AB et AC.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Dans un triangle ABC, soient I le milieu de $[AB]$ et J le milieu de $[AC]$.

1. Que dit le **théorème des milieux** concernant la droite (IJ) et la longueur IJ ?
2. Si ABC a un périmètre de 38 cm et une aire de 52 cm^2, calculer le périmètre et l'aire du triangle AIJ, puis l'aire du trapèze $IJCB$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Dans un repère orthonormé, on place le triangle de sommets $A(0;0)$, $B(6;0)$ et $C(2;4)$.

1. Calculer les coordonnées du **centre de gravité** G (intersection des médianes : $x_G = \frac{x_A+x_B+x_C}{3}$, $y_G = \frac{y_A+y_B+y_C}{3}$).
2. Déterminer les coordonnées du centre du cercle circonscrit Ω (intersection des médiatrices) et de l'orthocentre H (intersection des hauteurs).
3. Vérifier que les trois points Ω, G et H sont **alignés** (droite d'Euler) et que $\overrightarrow{\Omega H} = 3\,\overrightarrow{\Omega G}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Deux triangles ABC et DEF ont les longueurs suivantes :

- $AB = 6$ cm, $BC = 9$ cm, $AC = 12$ cm ;
- $DE = 10$ cm, $EF = 15$ cm, $DF = 20$ cm.

1. Montrer que les triangles ABC et DEF sont **semblables** et donner le rapport d'agrandissement de ABC vers DEF.
2. Si l'angle $\widehat{BAC}$ mesure 46,6° et que $\widehat{ABC}$ mesure 104,5°, quelle est la mesure de l'angle $\widehat{DFE}$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

La **formule de Héron** permet de calculer l'aire d'un triangle quelconque connaissant ses trois côtés a, b, c grâce au demi-périmètre $p = \dfrac{a+b+c}{2}$:

$$\mathcal{A} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

1. Appliquer la formule de Héron à un triangle de côtés $a = 13$ cm, $b = 20$ cm et $c = 21$ cm.
2. En déduire la longueur des **trois hauteurs** h_a, h_b, h_c de ce triangle, puis le rayon r du **cercle inscrit** (rappel : $\mathcal{A} = p \cdot r$).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Dans un triangle rectangle ABC (rectangle en A), on place le milieu M de l'hypoténuse $[BC]$.

1. Rappeler pourquoi $MA = MB = MC$ (et expliquer comment cette propriété relie la médiane issue de A au cercle circonscrit).
2. Un triangle rectangle possède une médiane issue de l'angle droit de longueur 8,5 cm et un côté de l'angle droit de longueur 8 cm. Calculer son hypoténuse, son deuxième côté de l'angle droit et son aire.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Soit un triangle ABC quelconque dans lequel deux médianes $[BB']$ et $[CC']$ sont **perpendiculaires** au centre de gravité G. On donne $BG = 6$ cm et $CG = 8$ cm.

1. Calculer la longueur de la base BC.
2. Quelle est l'aire du triangle rectangle BGC ?
3. Sachant que les trois médianes partagent un triangle en 6 petits triangles de **même aire** (donc $\mathcal{A}(BGC) = \frac{1}{3}\mathcal{A}(ABC)$), en déduire l'aire totale du triangle ABC.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Dans un triangle ABC, on donne $AB = 9$ cm, $AC = 12$ cm et $BC = 14$ cm. On trace la **bissectrice intérieure** $[AD]$ de l'angle $\widehat{BAC}$ ($D \in [BC]$). Le théorème de la bissectrice énonce que $\dfrac{BD}{DC} = \dfrac{AB}{AC}$.

Calculer les longueurs exactes BD et DC.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Sur les trois côtés d'un triangle équilatéral ABC de côté 6 cm, on prolonge chaque côté d'une longueur égale à 2 cm dans le même sens cyclique :

- $[AB]$ est prolongé au-delà de B jusqu'à P ($BP = 2$ cm) ;
- $[BC]$ est prolongé au-delà de C jusqu'à Q ($CQ = 2$ cm) ;
- $[CA]$ est prolongé au-delà de A jusqu'à R ($AR = 2$ cm).

1. Justifier que les trois triangles extérieurs APR, BQP et CRQ sont **isométriques** (et en déduire que PQR est équilatéral).
2. À l'aide d'une décomposition en triangle rectangle (projeté orthogonal ou loi des cosinus avec $\cos 120° = -\frac{1}{2}$), calculer le côté PQ et l'aire de PQR.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Dans un triangle ABC rectangle en A, on note $AB = c$, $AC = b$ et $BC = a$, et l'on inscrit un **carré** $ADEF$ dont le sommet D est sur $[AB]$, E sur l'hypoténuse $[BC]$ et F sur $[AC]$.

En notant x la longueur du côté du carré inscrit et en utilisant le théorème de Thalès dans BDE et BAC, montrer que :

$$x = \frac{b \cdot c}{b + c}$$

Application numérique : calculer x pour $b = 6$ cm et $c = 12$ cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Un triangle a deux angles de 44° et 71°. Calcule le troisième.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Le sommet principal d'un triangle isocèle fait 88°. Donne les angles de base.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Peut-on construire un triangle de côtés 7, 9 et 16 cm ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Un triangle a pour base 14 cm et hauteur correspondante 9 cm. Quelle est son aire ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Un angle extérieur mesure 98°. Un angle intérieur non adjacent mesure 44°. Donne l'autre angle non adjacent.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Un triangle isocèle a un périmètre de 25 cm et une base de 7 cm. Trouve la longueur d'un côté égal.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Un triangle rectangle a un angle aigu de 44°. Quelle est la mesure de l'autre ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

L'aire d'un triangle vaut 63 cm² et sa hauteur correspondante 7 cm. Quelle est la base ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Un triangle a des côtés de 7, 9 et 15 cm. À quel côté est opposé le plus grand angle ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

La médiane issue de C partage le côté AB, long de 18 cm. Quelles longueurs obtient-on ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Un triangle a des côtés de 7, 8 et 9 cm. Calculer son aire avec la formule de Héron (valeur exacte et au centième).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Un triangle ABC est rectangle en A avec $AB = 6$ et $AC = 8$. On note H le pied de la hauteur issue de A.

1. Calculer BC et AH.
2. Calculer BH et HC.
3. Vérifier que $AH^2 = BH \times HC$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Deux côtés d'un triangle mesurent 5 et 9 cm.

1. Entre quelles valeurs le troisième côté est-il compris ?
2. Quelle valeur doit-il avoir pour que le triangle soit rectangle (deux cas) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Un triangle équilatéral a des côtés de 6 cm. On note G son centre de gravité.

1. Calculer la longueur d'une médiane.
2. Calculer la distance de G à un sommet et à un côté.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Un triangle isocèle a une base de 10 cm et un angle au sommet de $120°$.

1. Calculer ses angles à la base.
2. Calculer sa hauteur et la longueur des côtés égaux (valeurs exactes et au centième), sachant que $\tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Dans un triangle ABC, $AB = 6$, $AC = 10$ et $BC = 8$. La bissectrice de $\widehat{A}$ coupe $[BC]$ en D. On admet que $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$.

Calculer DB et DC.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Pour le triangle de côtés 13, 14 et 15 :

1. Calculer l'aire (formule de Héron).
2. Calculer le rayon du cercle inscrit $r = \frac{\mathcal{A}}{s}$.
3. Calculer le rayon du cercle circonscrit $R = \frac{abc}{4\mathcal{A}}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Les triplets suivants sont-ils pythagoriciens (côtés d'un triangle rectangle) ?

1. $(8; 15; 17)$
2. $(7; 24; 25)$
3. $(6; 9; 11)$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Deux triangles ABC et DEF ont des angles égaux : $\widehat{A} = \widehat{D}$, $\widehat{B} = \widehat{E}$. On donne $AB = 4$, $BC = 6$, $AC = 5$ et $DE = 10$.

1. Pourquoi les triangles sont-ils semblables ?
2. Calculer EF et DF.
3. Quel est le rapport de leurs aires ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Démontrer que dans un triangle, le segment qui joint les milieux de deux côtés est parallèle au troisième côté et mesure la moitié de sa longueur. (Utiliser l'homothétie de centre le sommet commun.)

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Quadrilatères

Exercice 1

Théorème de Varignon : Soit $ABCD$ un quadrilatère convexe **quelconque**, et soient I, J, K, L les milieux respectifs de ses côtés $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$.

1. En appliquant le théorème des milieux dans les triangles ABC et ADC, démontrer que le quadrilatère $IJKL$ est toujours un **parallélogramme**.
2. Quelle condition doivent satisfaire les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ de $ABCD$ pour que $IJKL$ soit :
   a) un **rectangle** ? b) un **losange** ? c) un **carré** ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Compléter le tableau récapitulatif des propriétés des diagonales pour les quadrilatères particuliers (*Toujours* / *Pas toujours*) :

1. **Parallélogramme**
2. **Rectangle**
3. **Losange**
4. **Carré**
5. **Cerf-volant (deltoïde)**

Pour chacun, préciser si les diagonales : (a) se coupent en leur milieu ; (b) ont la même longueur ; (c) sont perpendiculaires.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Dans un **cerf-volant (deltoïde)** $ABCD$ symétrique par rapport à la diagonale (AC), les côtés mesurent $AB = AD = 10$ cm et $CB = CD = 17$ cm, et la petite diagonale transversale mesure $BD = 16$ cm.

1. Justifier que $(AC) \perp (BD)$ au point H, milieu de $[BD]$.
2. Calculer les longueurs AH et CH, puis la grande diagonale AC et l'aire du cerf-volant.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Dans un **parallélogramme** $ABCD$ tel que $AB = 12$ cm, $AD = 7$ cm et $\widehat{BAD} = 60°$:

1. Calculer les mesures des trois autres angles intérieurs du parallélogramme.
2. En traçant la hauteur $[DH]$ issue de D sur (AB), calculer les valeurs exactes de AH, de la hauteur DH, de l'aire du parallélogramme et de la diagonale BD.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Dans un repère orthonormé, on place les quatre points : $A(1;1)$, $B(6;2)$, $C(5;7)$ et $D(0;6)$.

1. Démontrer par le calcul des coordonnées des milieux et des longueurs que $ABCD$ est un **losange**.
2. Vérifier si $ABCD$ est aussi un **carré** (en comparant les diagonales AC et BD).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Un **trapèze rectangle** $ABCD$ (angle droit en A et en D) a pour grande base $AB = 14$ cm, petite base $CD = 6$ cm, et hauteur $AD = 6$ cm. On place un point M sur le côté vertical $[AD]$ à distance $AM = x$ (avec $0 \leq x \leq 6$).

1. Calculer l'aire totale du trapèze $ABCD$ et la longueur du côté oblique $[BC]$.
2. Exprimer en fonction de x l'aire du triangle ABM et celle du triangle DMC, puis trouver pour quelle valeur de x ces deux triangles ont la **même aire**.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Dans un trapèze $ABCD$ de bases parallèles $[AB]$ et $[CD]$ ($AB = 15$ cm, $CD = 10$ cm), les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ se coupent en O.

1. Montrer que les triangles OAB et OCD sont **semblables** (configuration papillon de Thalès).
2. Si la hauteur totale du trapèze vaut $h = 10$ cm, quelle est la hauteur h_1 du triangle OCD et la hauteur h_2 du triangle OAB issues de O ? En déduire l'aire de OAB et celle de OCD.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Soit un rectangle $ABCD$ de longueur $AB = 8$ cm et de largeur $BC = 6$ cm. On trace la diagonale $[AC]$, puis on projette orthogonalement B sur (AC) en H et D sur (AC) en K.

1. Calculer la longueur de la diagonale AC et la hauteur $BH = DK$.
2. Calculer les longueurs AK et AH (ou HC), puis en déduire la distance HK entre les deux pieds des hauteurs.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Démontrer que dans **tout losange** $ABCD$ de côté a et de diagonales $d_1 = AC$ et $d_2 = BD$, on a la relation :

$$d_1^2 + d_2^2 = 4a^2$$

Puis l'appliquer pour trouver la deuxième diagonale d'un losange de côté $a = 15$ cm dont une diagonale mesure 24 cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Un quadrilatère $ABCD$ est tel que ses quatre côtés sont tangents à un même cercle (**quadrilatère circonscrit** à un cercle). Démontrer le **théorème de Pitot** : la somme des longueurs de deux côtés opposés est égale à la somme des longueurs des deux autres côtés opposés :

$$AB + CD = BC + DA$$

(Indice : utiliser l'égalité des deux segments de tangence issus d'un même sommet vers le cercle.)

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Dans un parallélogramme, un angle vaut 112°. Combien valent les trois autres ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Un parallélogramme a deux diagonales de même longueur. Quelle figure particulière est-ce ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Un quadrilatère a pour sommets A(0, 0), B(6, 0), C(8, 4), D(2, 4), dans cet ordre. Quelle propriété permettent d'établir les vecteurs AB et DC ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Un losange a un angle de 90°. Que devient-il ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Donne un exemple de rectangle qui n'est pas un carré.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Un trapèze a des bases de 8 et 14 cm. Quelle est la longueur du segment joignant les milieux des deux côtés non parallèles ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Dans un rectangle de diagonale AC mesurant 18 cm, quelle est la distance du centre à un sommet ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Trois angles d'un quadrilatère convexe valent 72°, 104° et 97°. Trouve le quatrième.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

ABCD est un losange. L'angle BAD vaut 76°. Quelle est la mesure de BAC ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Quel quadrilatère convexe a nécessairement ses diagonales perpendiculaires et de même longueur, si elles se coupent aussi en leur milieu ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

$ABCD$ est un parallélogramme avec $A(1;1)$, $B(5;2)$ et $C(6;5)$.

1. Calculer les coordonnées de D.
2. Calculer les coordonnées du centre (intersection des diagonales).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Un losange a des diagonales de 12 cm et 16 cm.

1. Calculer son aire.
2. Calculer la longueur de ses côtés.
3. Calculer sa hauteur.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Un trapèze isocèle a des bases de 16 cm et 10 cm et des côtés obliques de 5 cm.

1. Calculer sa hauteur.
2. Calculer son aire.
3. Calculer la longueur de ses diagonales.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Les angles d'un quadrilatère convexe sont proportionnels à 2, 3, 4 et 6. Calculer ces angles.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

On joint les milieux des côtés d'un quadrilatère quelconque $ABCD$ dont les diagonales mesurent 10 cm et 14 cm.

1. Quelle est la nature du quadrilatère obtenu (théorème de Varignon) ?
2. Calculer son périmètre.
3. À quelle condition sur $ABCD$ ce quadrilatère est-il un rectangle ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Un carré est inscrit dans un cercle de rayon 5 cm.

1. Calculer son côté et son aire.
2. Quelle fraction de l'aire du disque occupe-t-il (au centième) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Un parallélogramme a des côtés de 6 cm et 5 cm qui forment un angle de $30°$.

Calculer sa hauteur relative au côté de 6 cm et son aire ($\sin 30° = 0{,}5$).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

On donne $A(0;0)$, $B(4;3)$, $C(8;0)$ et $D(4;-3)$.

1. Calculer les longueurs des quatre côtés. Quelle est la nature de $ABCD$?
2. Calculer les diagonales et l'aire.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Un rectangle a des diagonales de 10 cm et un côté de 6 cm.

1. Calculer l'autre côté.
2. Calculer l'angle aigu formé par les diagonales sachant que les demi-diagonales et le petit côté forment un triangle isocèle de côtés 5, 5 et 6 (utiliser $\cos\alpha = \frac{5^2+5^2-6^2}{2\times5\times5}$).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Un cerf-volant (quadrilatère $ABCD$ avec $AB = AD$ et $CB = CD$) a des diagonales de 30 cm et 40 cm.

1. Quelle propriété ont ses diagonales ?
2. Calculer son aire.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Représentations de solides

Exercice 1

1. Énoncer et vérifier la formule d'Euler ($S - A + F = 2$) pour les cinq **solides de Platon** :
   - Tétraèdre régulier (4 triangles) ;
   - Cube (6 carrés) ;
   - Octaèdre régulier (8 triangles) ;
   - Dodécaèdre régulier (12 pentagones) ;
   - Icosaèdre régulier (20 triangles).
2. Sachant qu'un dodécaèdre régulier possède 12 faces pentagonales et 3 arêtes par sommet, calculer par le dénombrement son nombre d'arêtes A et de sommets S.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Un cylindre de révolution de rayon $R = 3$ cm et de hauteur $h = 4\pi$ cm ($\approx 12{,}57$ cm) porte un point A sur le cercle de base inférieur, et un point B sur le cercle supérieur exactement opposé (à la verticale du point diamétralement opposé à A).

En déroulant la surface latérale du cylindre sous forme de patron rectangulaire, calculer la **longueur exacte du plus court chemin** le long de la paroi cylindrique reliant A à B.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

On réalise le patron d'un **cône de révolution** dont le secteur circulaire latéral a un rayon (génératrice) $g = 15$ cm et un angle au centre de $\alpha = 216°$.

1. Calculer le rayon r du disque de base qui permet de fermer exactement ce cône.
2. Calculer la hauteur h du cône une fois monté, puis son volume exact (en fonction de π).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

On coupe un cube $ABCDEFGH$ d'arête $a = 6$ cm par un plan passant par les **trois sommets** B, D **et** E (où E est au-dessus de A, B adjacent à A, D adjacent à A).

1. Quelle est la nature exacte du triangle BDE formant cette section plane ?
2. Calculer les longueurs de ses côtés, son aire exacte, et le volume du tétraèdre $ABDE$ détaché du coin du cube.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

On coupe une sphère de centre O et de rayon $R = 10$ cm par un plan $\mathcal{P}$ situé à la distance $OH = 6$ cm du centre O.

1. Quelle est la nature de la section plane obtenue ?
2. Calculer son rayon r, sa circonférence et son aire (valeurs exactes en π).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Un solide en perspective cavalière est représenté avec un angle de fuite $\alpha = 30°$ et un rapport de réduction $k = 0{,}6$. C'est un prisme droit à base carrée de côté 5 cm (face avant frontale carrée de 5 cm $\times$ 5 cm) et de profondeur 10 cm.

1. Quelles longueurs trace-t-on sur le papier pour les arêtes frontales et pour les arêtes fuyantes ?
2. Sur une autre représentation en perspective cavalière d'un cube (même $k = 0{,}6$), un élève mesure sur la feuille une arête frontale de 4,5 cm et une fuyante de 4,5 cm. Quel est le défaut de son dessin ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Un solide est formé en **perçant** de part en part un cube d'arête 3 cm par un tunnel central de section carrée 1 cm $\times$ 1 cm selon chacune des trois directions orthogonales (avant-arrière, gauche-droite, haut-bas — c'est la première étape de l'éponge de Menger !).

1. En raisonnant sur les 27 petits cubes de 1 cm d'arête qui composent le cube plein initial, combien de petits cubes ont été **retirés** et quel est le **volume restant** ?
2. En comptant les faces carrées de 1 cm^2 sur les 6 faces extérieures trouées et à l'intérieur des 3 tunnels, quelle est l'**aire totale** du solide perforé ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

On considère un cône droit de hauteur $h = 12$ cm et de rayon de base $r = 5$ cm, posé sur sa base circulaire horizontale.

1. Quelle figure obtient-on si l'on coupe ce cône par un plan **contenant l'axe de révolution** (passant par le sommet S et le centre O de la base) ? Calculer les longueurs des trois côtés de cette section et son aire.
2. Quelle figure obtient-on si on le coupe par un plan parallèle à la base situé à 3 cm du sommet S ? Calculer son aire exacte.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Un tétraèdre $ABCD$ est construit à l'angle d'un cube en prenant trois arêtes perpendiculaires issues de A : $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm et $AD = 10$ cm (ainsi les angles $\widehat{BAC}, \widehat{BAD}, \widehat{CAD}$ sont tous droits).

1. Dessiner mentalement son **patron** autour de la face centrale ABC (triangle rectangle en A). De combien de triangles est constitué ce patron, et combien d'entre eux sont des triangles rectangles ?
2. Calculer les longueurs exactes des trois arêtes de la face inclinée BCD (BC, BD, CD) et le volume du tétraèdre.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Dans un cône de révolution de rayon $r = 3$ cm et de génératrice $g = 12$ cm, on dépose une fourmi en un point A du bord circulaire de base. Elle veut faire **un tour complet** autour du cône et revenir exactement à son point de départ A en parcourant la distance la plus courte possible sur la surface latérale (sans passer par le fond ni par le sommet).

En déroulant la surface latérale du cône en un secteur circulaire, calculer l'angle au sommet α de ce secteur puis la **longueur exacte** du plus court chemin de la fourmi.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Un pavé mesure 6 cm de large, 8 de profondeur et 10 de haut. Quelles dimensions a sa vue de dessus ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Une pyramide droite a une base à 6 côtés. Compte ses sommets.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Combien d'arêtes a un prisme dont la base polygonale a 8 côtés ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

En perspective cavalière, le coefficient de fuite est 1/2. Quelle longueur dessiner pour une arête de profondeur qui mesure 12 cm dans l'espace ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Un cylindre droit vertical a pour rayon 6 cm et hauteur 10 cm. Décris sa vue orthogonale de face.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Décris le patron d'un prisme droit de hauteur 6 cm, dont la base triangulaire a pour côtés 3, 4 et 5 cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Combien d'arêtes et de faces a une pyramide de base à 8 côtés ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Deux colonnes voisines contiennent 6 et 8 cubes. Combien de cases voit-on occupées en vue du dessus ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Décris le patron de la surface latérale d'un cylindre de rayon 6 cm et hauteur 8 cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Les vues de face et du dessus d'un pavé mesurent respectivement 6 cm $\times$ 10 cm et 6 cm $\times$ 8 cm. Donne les dimensions de la vue latérale.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Un cône a un rayon de 6 cm et une hauteur de 8 cm.

1. Calculer sa génératrice.
2. Calculer son volume et son aire latérale (valeurs exactes).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Une boule a un rayon de 3 cm.

1. Calculer son volume et son aire.
2. Pour quel rayon le volume (en cm^3) et l'aire (en cm^2) ont-ils la même valeur numérique ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Un seau a la forme d'un tronc de cône de rayons 15 cm (en haut) et 10 cm (au fond), et de hauteur 20 cm. Le volume d'un tronc de cône vaut $V = \frac{\pi h}{3}(R^2 + Rr + r^2)$.

Calculer sa contenance en litres (au centilitre).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Une pyramide régulière a une base carrée de 10 cm et une hauteur de 12 cm.

1. Calculer son volume.
2. Calculer la hauteur de ses faces latérales (apothème) et son aire latérale.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Un cylindre de hauteur 6 cm est inscrit dans une boule de rayon 5 cm (ses deux cercles de base sont sur la sphère).

1. Calculer le rayon du cylindre.
2. Calculer son volume (valeur exacte et au dixième).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Un tétraèdre régulier a des arêtes de 6 cm. On admet que sa hauteur vaut $a\sqrt{\frac{2}{3}}$ et son volume $\frac{a^3}{6\sqrt{2}}$.

Calculer sa hauteur et son volume (au millième).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Un ballon de football classique (icosaèdre tronqué) compte 12 pentagones et 20 hexagones. En chaque sommet se rencontrent 3 faces.

1. Calculer le nombre d'arêtes et de sommets.
2. Vérifier la relation d'Euler.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Une maquette de voiture est à l'échelle $1 : 20$.

1. La maquette a une aire de carrosserie de 300 cm^2. Quelle est l'aire réelle (en m^2) ?
2. Le réservoir réel contient 50 L. Quel est le volume du réservoir de la maquette (en cm^3) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

On considère un cylindre, un cône et une boule ayant le même rayon r, le cylindre et le cône ayant une hauteur $2r$.

1. Exprimer leurs volumes en fonction de r.
2. Montrer que les volumes sont dans le rapport $3 : 1 : 2$ (cylindre : cône : boule).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Un cube a une arête de 5 cm.

1. Calculer sa grande diagonale (valeur exacte).
2. Calculer le rayon de la boule qui passe par ses 8 sommets, puis le volume de cette boule (au cm^3).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Divers problèmes de géométrie

Exercice 1

Dans un cercle $\mathcal{C}$, deux cordes $[AB]$ et $[CD]$ se coupent en un point intérieur P. On donne $PA = 4$ cm, $PB = 9$ cm et $PC = 3$ cm.

1. En utilisant les angles inscrits, démontrer que les triangles PAC et PDB sont **semblables**.
2. En déduire le **théorème des cordes sécantes** ($PA \cdot PB = PC \cdot PD$) et calculer la longueur PD.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Un octogone régulier est inscrit dans un cercle de centre O et de rayon $R = 6$ cm.

1. Décomposer l'octogone en 8 triangles isocèles égaux autour de O et calculer l'angle au centre $\widehat{AOB}$ d'un côté.
2. En utilisant les deux hauteurs ou l'aire d'un triangle ($45°$ est un angle remarquable : $\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$), montrer que l'aire exacte de l'octogone vaut $72\sqrt{2}$ **cm**^{2}.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Trois pièces de monnaie circulaires identiques de rayon $R = 2$ cm sont posées à plat sur une table et se touchent deux à deux extérieurement (leurs centres forment un triangle équilatéral $O_1O_2O_3$).

1. Quelle est la longueur du côté et l'aire exacte du triangle équilatéral $O_1O_2O_3$?
2. Calculer l'aire exacte (en fonction de $\sqrt{3}$ et π, puis arrondie au millimètre carré) du **triangle curviligne** coincé entre les trois pièces.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Dans un carré $ABCD$ de côté 10 cm, on inscrit un grand cercle de rayon $R = 5$ cm et, dans l'un des quatre coins, un **petit cercle** tangent à deux côtés consécutifs du carré et tangent extérieurement au grand cercle.

Calculer le **rayon exact** r de ce petit cercle niché dans le coin du carré *(Indication : écrire la distance entre le centre du carré et le sommet A en fonction de $R = 5$ et de r sur la diagonale !).*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Dans un repère orthonormé, on considère le cercle $\mathcal{C}$ de centre $\Omega(2; -1)$ et de rayon $R = 5$.

1. Vérifier par le calcul si les points $A(6; 2)$, $B(-1; 3)$ et $C(5; 4)$ appartiennent au cercle $\mathcal{C}$ (ou sont à l'intérieur / à l'extérieur).
2. Déterminer l'équation de la **tangente** au cercle $\mathcal{C}$ au point $A(6; 2)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

On considère une roue de rayon R partiellement enfoncée dans une tranchée horizontale : la largeur de l'ouverture au niveau du sol vaut 24 cm et la flèche (profondeur maximale de la partie enfoncée sous le sol) vaut 8 cm.

Calculer le **rayon** R de la roue *(en posant O le centre de la roue : la distance du centre au sol vaut $R - 8$).*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Sur un segment $[AB]$ de longueur 12 cm, on place un point mobile M (avec $AM = x$, $0 < x < 12$) et on trace au-dessus de (AB) les trois demi-cercles de diamètres $[AB]$, $[AM]$ et $[MB]$. La surface comprise entre le grand demi-cercle et les deux petits s'appelle l'**arbelos d'Archimède** (couteau de cordonnier).

1. Montrer que la longueur totale du contour (périmètre) de l'arbelos est **constante** (indépendante de la position de M) et vaut 12π cm.
2. Exprimer l'aire $\mathcal{A}(x)$ de l'arbelos en fonction de x, et déterminer la position de M qui rend cette aire **maximale**.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Un **triangle isocèle** ABC ($AB = AC = 10$ cm) est inscrit dans un cercle $\mathcal{C}$ de rayon R, avec une base $BC = 12$ cm.

1. Calculer la hauteur AH issue de A sur $[BC]$.
2. En notant O le centre du cercle circonscrit (situé sur la hauteur (AH)) et $R = OA$, utiliser le théorème de Pythagore dans OBH ($OH = AH - R$) pour calculer exactement le **rayon R du cercle circonscrit**.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

On compare les volumes de trois solides inscrits dans un **même cylindre** de rayon R et de hauteur $H = 2R$ (étude d'Archimède) :

1. le cylindre de rayon R et hauteur $2R$;
2. la sphère de rayon R (tangente aux deux bases et à la paroi) ;
3. le cône de rayon R et hauteur $2R$.

Exprimer V_{cylindre}, $V_{\text{sphère}}$ et $V_{\text{cône}}$ en fonction de π et R, puis montrer que leurs volumes sont exactement dans le **rapport** $3 : 2 : 1$ (et vérifier que $V_{\text{cône}} + V_{\text{sphère}} = V_{\text{cylindre}}$) !

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Une échelle (segment $[AB]$ de longueur $L = 6$ m) glisse le long d'un mur vertical $[Oy)$ et d'un sol horizontal $[Ox)$ (A reste sur $[Ox)$ et B reste sur $[Oy)$). On note M le **milieu** de l'échelle $[AB]$.

1. Pour une position quelconque de l'échelle ($OA = 3{,}6$ m, $OB = 4{,}8$ m), calculer la distance OM entre le coin du mur O et le milieu M de l'échelle.
2. Quel **lieu géométrique** décrit exactement le point M pendant que l'échelle glisse du haut jusqu'au sol ? Justifier rigoureusement.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Donne la distance de P(6, −8) à l'axe des abscisses dans un repère orthonormé.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Trouve le milieu du segment d'extrémités (2, 6) et (8, 12).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Une roue de rayon 6 cm fait trois tours sans glisser. Quelle est la distance exacte parcourue ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

De quel angle tourne l'aiguille des minutes de 10 à 16 minutes ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Une diagonale d'un rectangle forme avec un côté un angle de 30°. Quel angle forme-t-elle avec l'autre côté au même sommet ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Quel angle sépare deux sommets voisins, vu du centre d'un polygone régulier à 8 côtés ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Un cercle mesure 12 cm de diamètre. Un point est à 7 cm du centre. Est-il à l'intérieur ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Deux parallèles sont distantes de 8 cm. Où sont les points à la même distance des deux droites ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

A$(-1,\ 2)$ et B$(7,\ 6)$ sont les extrémités d'un diamètre. Donne le centre et le rayon du cercle.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Deux poteaux verticaux de 5 m et 11 m sont séparés horizontalement par 8 m. Quelle distance sépare leurs sommets ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Un cercle a pour centre $C(2;-1)$ et passe par $A(5;3)$.

1. Calculer son rayon et écrire son équation.
2. Le point $B(-1;3)$ est-il sur ce cercle ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Déterminer les points d'intersection du cercle $x^2 + y^2 = 25$ et de la droite $y = x + 1$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Dans un cercle de rayon 13 cm, une corde est située à 5 cm du centre.

1. Calculer sa longueur.
2. À quelle distance du centre faut-il placer une corde de 10 cm ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Calculer l'aire du triangle $A(1;2)$, $B(5;3)$, $C(2;7)$ à l'aide de la formule $\mathcal{A} = \frac{1}{2}|x_1y_2 - x_2y_1|$, où $(x_1;y_1)$ et $(x_2;y_2)$ sont les déplacements de A vers B et de A vers C.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Déterminer par le calcul l'équation du lieu des points équidistants de $A(0;0)$ et $B(4;2)$. De quelle droite s'agit-il ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Déterminer l'équation de la tangente au cercle $x^2 + y^2 = 25$ au point $T(-4;3)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Déterminer le centre et le rayon du cercle circonscrit au triangle $A(0;0)$, $B(8;0)$, $C(2;6)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Un octogone régulier est inscrit dans un cercle de rayon 1.

1. Il se découpe en 8 triangles isocèles d'angle au sommet $45°$. Calculer l'aire d'un triangle ($\frac{1}{2}r^2 \sin 45°$, avec $\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$).
2. En déduire l'aire de l'octogone et la comparer à celle du disque.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Un cercle a un rayon de 9 cm. On considère un secteur d'angle $40°$.

Calculer la longueur de l'arc et l'aire du secteur (valeurs exactes).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Un triangle a des côtés de 5, 5 et 6 cm.

1. Calculer son aire.
2. Calculer le rayon de son cercle circonscrit avec $R = \frac{abc}{4\mathcal{A}}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Conversion d'unités

Exercice 1

Effectuer les conversions d'aires et de volumes composées suivantes :

1. 2,45 ha = ... a = ... m^2
2. 0,0068 km^2 = ... ha = ... m^2
3. 3,75 m^3 = ... L = ... cm^3
4. 4200 mL = ... dm^3 = ... m^3

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Convertir les vitesses suivantes et comparer les deux athlètes :

- Le guépard atteint en pointe 108 km/h ;
- Un projectile d'essai se déplace à 35 m/s ;
- La Terre tourne à l'équateur à environ 465 m/s.

1. Convertir 108 km/h en m/s, et 35 m/s en km/h.
2. Exprimer 465 m/s en km/h, puis calculer l'écart de vitesse entre le projectile et le guépard (en m/s).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Convertir les masses volumiques et les débits suivants :

1. $\rho_{\text{mercure}} = 13{,}6\ \text{g/cm}^3 = \ldots\ \text{kg/m}^3$
2. $\rho_{\text{air}} = 1{,}29\ \text{kg/m}^3 = \ldots\ \text{g/L}$
3. Un fleuve a un débit moyen de 240 m^3/s. Exprimer ce débit en **L/min**, puis en **hm^3/jour** ($1\ \text{hm}^3 = 10^6\ \text{m}^3$).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

On mesure des angles en degrés, minutes et secondes d'arc (**système sexagésimal** : $1^\circ = 60'$, $1' = 60''$) :

1. Convertir l'angle $\alpha = 38^\circ\, 24'\, 36''$ en écriture **décimale** en degrés.
2. Convertir l'angle $\beta = 52{,}315^\circ$ en **degrés, minutes et secondes**.
3. Calculer la somme $\alpha + \beta$ en degrés, minutes et secondes.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Une voiture électrique consomme en moyenne 16,5 kWh aux 100 km. Une voiture thermique équivalente consomme 6,0 L d'essence aux 100 km, sachant que 1 L d'essence libère environ 34,8 MJ d'énergie chimique.

1. Convertir l'énergie électrique consommée sur 100 km en **mégajoules (MJ)** (1 kWh = 3,6 MJ).
2. Convertir l'énergie chimique de 6,0 L d'essence en **kWh**, puis comparer les deux consommations énergétiques brutes.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

La **pression** se mesure en pascals ($1\ \text{Pa} = 1\ \text{N/m}^2$), ou souvent en bars ($1\ \text{bar} = 10^5\ \text{Pa}$) et en hectopascals ($1\ \text{hPa} = 100\ \text{Pa}$). La pression atmosphérique normale vaut 1013,25 hPa.

1. Convertir 1013,25 hPa en Pa puis en bar.
2. Un pneu de vélo est gonflé à 4,5 bar. Quelle force totale (en N) exerce l'air sur une petite surface de 2,5 cm^2 de la paroi du pneu ? ($F = P \cdot S$, attention à convertir S en m^2 !)

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Une feuille d'or est tellement malléable qu'on peut la battre jusqu'à une épaisseur de 0,12 μm ($1\ \mu\text{m} = 10^{-6}\ \text{m}$). La masse volumique de l'or est $\rho = 19{,}3\ \text{g/cm}^3$.

1. Quelle surface (en **m^2**) peut-on recouvrir avec 1 **cm^3 d'or** battu à cette épaisseur ?
2. Quelle masse d'or (en **grammes**) suffit donc pour dorer une coupole de 25 m^2 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

La **précipitation** lors d'un orage est mesurée en millimètres (mm) de pluie tombée. On relève 28 mm de pluie tombés en 40 minutes sur un terrain horizontal.

1. Expliquer à quoi correspond exactement « 1 mm de pluie » en litres par mètre carré (L/m^2).
2. Quel volume total d'eau (en $\mathbf{m^3}$ et en **litres**) est tombé sur un parc rectangulaire de 150 m sur 80 m ?
3. Quelle est l'intensité de la pluie en **mm/h** ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Convertir les grandeurs composées suivantes :

1. Un câble réseau transfère à un débit de 800 Mbit/s (1 octet = 8 bits, 1 Mo = 10^6 octets, 1 Mbit = 10^6 bits). Convertir ce débit en **Mo/s**, puis en **Go/min**.
2. La consommation d'une voiture est de 5,0 L aux 100 km. Combien de **millilitres (mL)** consomme-t-elle par mètre ? Combien de mètres parcourt-elle avec 1 mL de carburant ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

1. Convertir 1,8 km^2 en $\mathbf{cm^2}$ en utilisant la **notation scientifique**.
2. On étale uniformément 450 mL d'huile sur la surface d'un grand étang de superficie 1,5 ha. Quelle est l'épaisseur théorique de la pellicule d'huile (en **nanomètres**, 1 nm = 10^{-9} m) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Convertis 5,8 km en mètres.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Convertis 58 mm en centimètres.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Convertis 5,8 m^2 en dm^2.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Convertis 580 cm^2 en m^2.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Convertis 5,8 dm^3 en litres.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Convertis 580 mL en litres.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Convertis 5 h 40 min en minutes.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Convertis 5 kg et 80 g en grammes.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Convertis 1,2 m^3 en cm^3 et en litres.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Sur une carte, 2 cm représentent 1,5 km. Convertis ce rapport en échelle de la forme 1:n.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

L'acier a une masse volumique de 7,8 g/cm^3.

1. Convertir en kg/m^3.
2. Quelle est la masse d'une poutre de 0,02 m^3 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

En navigation, 1 nœud vaut 1 mille marin par heure, et 1 mille marin = 1 852 m.

1. Convertir 20 nœuds en km/h et en m/s.
2. Un voilier fait 150 milles en 10 heures. Quelle est sa vitesse en nœuds et en km/h ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

On a 1 kcal = 4,184 kJ.

1. Une portion de pâtes apporte 250 kcal. Convertir en kJ.
2. Un adulte a besoin d'environ 10 000 kJ par jour. Combien de kcal cela représente-t-il (à la dizaine) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

On a 1 bar = 10^5 Pa et 1 Pa = 1 N/m^2.

1. Un pneu est gonflé à 2,5 bar. Convertir en pascals.
2. La pression atmosphérique normale vaut 101 325 Pa. Convertir en bar (au millième) et en hectopascals.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

1. Convertir un débit de 3 m^3/h en L/s (au millième).
2. Combien de temps faut-il pour remplir une piscine de 12 m × 6 m × 1,8 m à ce débit ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Un angle de 180° correspond à π radians.

1. Convertir 45°, 120° et 360° en radians.
2. Convertir 1 rad en degrés (au dixième).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Une solution contient 5 g de sel par litre.

1. Exprimer cette concentration en mg/mL et en kg/m^3.
2. Quelle masse de sel contiennent 250 mL de solution ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Convertir 2,5 km^2 en hectares, en ares et en m^2.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

On prend 1 année $\approx 3{,}156 \times 10^7$ s.

1. Combien de secondes a vécu une personne de 15 ans (notation scientifique) ?
2. Combien d'années faut-il pour atteindre un milliard de secondes ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Un ordinateur exécute 3×10^9 opérations par seconde.

1. Combien de temps faut-il pour une opération (en nanosecondes, 1 ns $= 10^{-9}$ s) ?
2. Combien d'opérations en une heure ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Périmètres et aires

Exercice 1

Dans un carré $ABCD$ de côté $a = 10$ cm, on trace deux quarts de cercle de rayon 10 cm : l'un centré en A passant par B et D, et l'autre centré en C passant également par B et D. L'intersection des deux quarts de disque forme une **lentille** (ou pétale) de sommets B et D.

Calculer l'**aire exacte** (en fonction de π, puis arrondie à 0,1 cm^2) et le **périmètre exact** de cette lentille.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Calculer l'aire d'un **segment circulaire** découpé dans un disque de rayon $R = 6$ cm par une corde $[AB]$ qui sous-tend un angle au centre de 90° (donc la partie comprise entre la corde $[AB]$ et le petit arc $\overset{\frown}{AB}$). Donner la valeur exacte en fonction de π, puis arrondie au millimètre carré.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Un **hexagone régulier** a un côté de longueur $a = 8$ cm.

1. Décomposer l'hexagone en 6 triangles équilatéraux, calculer la hauteur h (apothème) de l'un de ces triangles (valeur exacte sous forme $k\sqrt{3}$), puis en déduire l'**aire exacte** de l'hexagone.
2. Comparer l'aire de cet hexagone à celle du **cercle circonscrit** (de rayon $R = 8$ cm) : quel pourcentage de l'aire du disque occupe l'hexagone (arrondi à 0,1%) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

On trace un disque de diamètre $[AB] = 12$ cm (de centre C, milieu de $[AB]$, donc $AC = CB = 6$ cm) partagé en deux régions selon le motif du **yin-yang** : la courbe séparatrice est formée d'un demi-cercle au-dessus de $[AC]$ et d'un demi-cercle au-dessous de $[CB]$.

1. Montrer que les deux moitiés (blanche et noire) ont exactement la **même aire** et calculer cette aire.
2. Calculer la longueur de la **courbe séparatrice** en S, puis le périmètre complet de l'une des deux moitiés.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Un parc rectangulaire mesure 60 m de long sur 40 m de large. On y trace deux allées rectilignes perpendiculaires de même largeur x (l'une parallèle à la longueur, l'autre à la largeur).

1. Montrer que l'aire des allées vaut $100x - x^2$ et que l'aire de la pelouse restante vaut $(60 - x)(40 - x)$.
2. Calculer la largeur x (avec $0 < x < 40$) pour que les allées occupent exactement 16% de la surface totale du parc.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

On considère une chèvre attachée au coin extérieur A d'un abri rectangulaire fermé mesurant 6 m de long ($AB = 6$ m) et 4 m de large ($AD = 4$ m), au milieu d'une immense prairie. Sa corde mesure 8 **m**.

1. Décrire les trois secteurs circulaires constituant la surface totale de prairie que la chèvre peut brouter (attention : la corde se plie autour des coins B et D !).
2. Calculer l'**aire totale exacte** broutable (en fonction de π, puis arrondie à 0,1 m^2).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Un panneau de signalisation octogonal « STOP » est inscrit dans un **carré de** 80 **cm de côté** (octogone régulier obtenu en coupant les 4 coins du carré).

1. Calculer la longueur exacte d'un côté c de cet octogone régulier (arrondie au millimètre), sachant que $c = 80(\sqrt{2} - 1)$ cm *(le démontrer rapidement)*.
2. Calculer le **périmètre** et l'**aire** de ce panneau STOP (arrondis à l'unité).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Dans un cercle de centre O et de rayon $R = 6$ cm, on inscrit un hexagone régulier $ABCDEF$, puis on trace depuis chaque sommet l'arc de cercle intérieur de rayon 6 cm reliant ses deux sommets voisins en passant par O. On obtient une **rosace à** 6 **pétales**.

1. Expliquer pourquoi chaque pétale est constitué de 2 **segments circulaires identiques** d'angle au centre 60° et de rayon 6 cm.
2. Calculer l'**aire exacte** de cette rosace à 6 pétales (en fonction de π et $\sqrt{3}$), puis une valeur arrondie à 0,1 cm^2.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Un stade comporte un rectangle central de longueur L et de largeur ℓ, flanqué sur les deux largeurs de deux demi-disques de diamètre ℓ. On impose que le périmètre total du stade vaille 400 m.

1. Exprimer L en fonction de ℓ grâce à la contrainte du périmètre.
2. En déduire l'aire totale $\mathcal{A}(\ell)$ du terrain en fonction de ℓ, puis calculer pour $L = 100$ m l'aire totale du terrain.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Les périmètres d'un carré et d'un triangle équilatéral sont **égaux** (notons P ce périmètre commun). Lequel des deux polygones possède la plus grande aire, et dans quel **rapport exact** $\dfrac{\mathcal{A}_{\text{carré}}}{\mathcal{A}_{\text{triangle}}}$? *(Exprimer les deux aires en fonction de P.)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Quelle est l'aire d'un parallélogramme de base 9 cm et de hauteur 6 cm ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Calcule l'aire d'un trapèze de bases 6 et 9 cm et de hauteur 6 cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

On découpe un carré de côté 6 cm au centre d'un carré de côté 9 cm. Quelle aire reste-t-il ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Donne le périmètre exact d'un demi-disque de rayon 6 cm, bord droit compris.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Combien de carreaux carrés de côté 2 cm couvrent un rectangle de 12 cm $\times$ 18 cm ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Un triangle de base 18 cm a la même aire qu'un rectangle de 6 cm sur 9 cm. Quelle est sa hauteur ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Donne l'aire exacte d'un disque de diamètre 18 cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

On triple le côté d'un carré de 6 cm. Par combien sont multipliés son périmètre et son aire ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

On découpe un carré de côté 2 cm dans un coin d'un rectangle de 6 cm sur 9 cm. Calcule le périmètre restant.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Un losange a des diagonales de 12 cm et de 18 cm. Trouve son aire.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Un triangle a deux côtés de 8 cm et 6 cm qui forment un angle de 30°.

Calculer son aire à l'aide de la formule $\mathcal{A} = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$ ($\sin 30° = 0{,}5$).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Calculer l'aire d'un hexagone régulier de côté 6 cm (valeur exacte et au dixième).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Dans un cercle de rayon 6 cm, on considère un secteur d'angle 60°.

1. Calculer l'aire du secteur.
2. Calculer l'aire du triangle formé par le centre et les extrémités de l'arc.
3. En déduire l'aire du segment circulaire (entre la corde et l'arc), au centième.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Calculer l'aire de la couronne comprise entre deux cercles concentriques de rayons 4 cm et 5 cm. Montrer qu'elle est égale à l'aire d'un disque de rayon 3 cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Calculer l'aire d'un triangle de côtés 5, 5 et 6 cm de deux manières : avec la formule de Héron et avec la hauteur.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Dans un carré de côté 4 cm, on trace aux quatre coins des quarts de cercle de rayon 2 cm centrés sur les sommets.

Calculer l'aire de la partie centrale non recouverte (au centième).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

On inscrit un rectangle dans un cercle de rayon 5 cm (ses sommets sont sur le cercle).

1. Que vaut la diagonale du rectangle ?
2. On admet que l'aire est maximale quand le rectangle est un carré. Calculer cette aire maximale.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Deux triangles semblables ont des côtés dans le rapport $\frac{3}{5}$. Le grand a une aire de 50 cm^2.

Calculer l'aire du petit.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Théorème de Pick : l'aire d'un polygone dont les sommets sont des nœuds d'un quadrillage vaut $\mathcal{A} = I + \frac{B}{2} - 1$, où I est le nombre de nœuds intérieurs et B le nombre de nœuds sur le bord.

1. Vérifier la formule sur un carré de 2×2 carreaux.
2. Un polygone a 5 nœuds intérieurs et 8 nœuds sur le bord. Calculer son aire.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Un trapèze a pour sommets $A(0;0)$, $B(10;0)$, $C(7;4)$ et $D(2;4)$.

1. Identifier les bases et la hauteur.
2. Calculer son aire.
3. Le trapèze est-il isocèle ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Volumes et aires des solides

Exercice 1

Une gélule pharmaceutique a la forme d'un cylindre de révolution de diamètre $d = 6$ mm et de longueur cylindrique $h = 12$ mm, fermé à ses deux extrémités par **deux demi-sphères** de même diamètre $d = 6$ mm.

1. Calculer le **volume total exact** de la gélule (en mm^3 en fonction de π, puis arrondi en mL / cm^3).
2. Calculer l'**aire extérieure totale** de la gélule (en mm^2).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Un **obélisque** en pierre (masse volumique $\rho = 2{,}6$ g/cm^3) est constitué d'un tronc de pyramide régulière à base carrée surmonté d'un pyramidion pyramidal : Pour simplifier, on considère un bloc prismatique carré de côté 60 cm et de hauteur 2,0 m, surmonté d'une pyramide régulière à base carrée de même côté 60 cm et de hauteur 40 cm.

1. Calculer le **volume total** (en m^3 et en dm^3) et la **masse totale** (en kg) de ce monument.
2. Calculer la surface extérieure à nettoyer (les 4 faces verticales du prisme + les 4 faces triangulaires de la pyramide, sans le sol).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Une boule de glace sphérique de rayon $r = 3$ cm est posée au sommet d'un cornet conique vide de rayon $R = 3$ cm et de hauteur intérieure $h = 10$ cm.

1. Si la glace fond intégralement en liquide sans changement de volume, **le cornet va-t-il déborder** ? Justifier par le calcul exact des deux volumes.
2. Quelle hauteur minimale $h_{\min}$ aurait dû avoir le cornet de même rayon $R = 3$ cm pour pouvoir contenir toute la glace fondue sans déborder ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Un verre cylindrique de rayon intérieur $R = 4$ cm et de hauteur $H = 15$ cm est rempli d'eau aux $\frac{2}{3}$ de sa hauteur (soit 10 cm). On y laisse tomber 4 glaçons cubiques identiques de côté 3 cm chacun (qui coulent supposément au fond pour ce calcul géométrique, sans fonte, ou un bloc métallique équivalent).

De combien de millimètres monte le niveau de l'eau, et le verre déborde-t-il ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Un seau a la forme d'un **tronc de cône** de révolution : le diamètre du fond vaut 20 cm, le diamètre de l'ouverture supérieure vaut 30 cm, et la hauteur du seau est 24 cm.

1. En prolongeant les côtés obliques jusqu'au sommet virtuel du cône complet (théorème de Thalès), calculer la hauteur h du petit cône manquant sous le fond, et la hauteur H du grand cône complet.
2. En déduire le **volume exact** (en fonction de π) puis la contenance en **litres** (arrondie à 0,1 L) de ce seau.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Une pièce mécanique est un **cylindre** de diamètre 10 cm et de hauteur 12 cm dans lequel on a foré de part en part (dans l'axe) un trou cylindrique central de diamètre 4 cm.

1. Calculer le **volume de métal** restant (en cm^3, valeur exacte en π).
2. Calculer l'**aire totale** de toutes les surfaces de cette pièce (bases annulaires haut et bas + paroi extérieure + paroi cylindrique intérieure du trou).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

On sait qu'une boule sphérique a une aire de 100π cm^2.

1. Calculer son rayon R, puis son volume exact (en fonction de π).
2. Un cube a le **même volume** que cette boule (soit environ 523,6 cm^3). Comparer l'aire extérieure du cube à celle de la boule (arrondie au cm^2) : quel solide est le plus compact ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

On construit une **tente canadienne** ayant la forme d'un prisme droit couché dont la base est un triangle isocèle de largeur au sol 2,4 m et de hauteur 1,6 m, et dont la longueur de la tente vaut 3,5 m.

1. Calculer le volume intérieur de la tente (en m^3).
2. Calculer l'aire totale de toile nécessaire pour confectionner toute la tente (les deux pans inclinés du toit, les deux pignons triangulaires fermés et le tapis de sol).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

On fait tourner un **triangle rectangle** ABC (rectangle en A, avec $AB = 3$ cm et $AC = 4$ cm, donc $BC = 5$ cm) autour de chacun de ses côtés :

1. Autour du côté $[AC]$: on obtient un cône $\mathcal{K}_1$. Calculer son volume exact (en π).
2. Autour du côté $[AB]$: on obtient un cône $\mathcal{K}_2$. Calculer son volume exact (en π).
3. Autour de l'hypoténuse $[BC]$: on obtient deux cônes accolés par leur base commune (de rayon la hauteur AH). Calculer ce troisième volume exact V_3.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Deux bouteilles géométriquement semblables contiennent la même boisson :

- la petite bouteille mesure 18 cm de haut et contient 27 cL ;
- la grande bouteille mesure 24 cm de haut.

1. Quel est le rapport d'agrandissement k entre la petite et la grande bouteille ?
2. Quelle est la contenance exacte (en cL) de la grande bouteille ?
3. Si l'étiquette de la petite bouteille a une aire de 54 cm^2, quelle est l'aire de l'étiquette semblable sur la grande bouteille ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Calcule le volume d'une boîte de dimensions 5, 7 et 9 cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Une boîte fermée de dimensions 5, 7 et 9 cm a six faces. Quelle est leur aire totale ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Un cube d'arête 7 cm est découpé en cubes de côté 1 cm. Combien obtient-on de cubes ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Un réservoir cylindrique a pour rayon 5 dm et hauteur 7 dm. Donne son volume exact en litres.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Donne l'aire latérale exacte d'un cylindre de rayon 5 cm et de hauteur 9 cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Un aquarium de base 10 dm $\times$ 7 dm contient 630 L d'eau. Quelle hauteur atteint l'eau ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Le volume d'un cube est de 729 cm³. Trouve l'aire d'une face.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Un prisme droit a une base triangulaire d'aire 35 cm² et une hauteur de 9 cm. Quel est son volume ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Une sphère a un rayon de 6 cm. Donne son volume exact, en utilisant la formule $V = 4\pi r^3/3$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Un cône de hauteur 12 cm surmonte un cylindre de hauteur 8 cm. Leurs bases communes ont un rayon de 3 cm. Calcule le volume total.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

On assimile la Terre à une boule de rayon 6 371 km.

1. Calculer son volume en km^3 (notation scientifique, 3 chiffres significatifs).
2. Sa masse vaut $5{,}97 \times 10^{24}$ kg. Calculer sa masse volumique moyenne en kg/m^3.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Une canette contient 330 cm^3 et a un rayon de 4 cm.

1. Calculer sa hauteur (au centième).
2. Calculer l'aire de métal nécessaire (cylindre fermé), au cm^2.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Un prisme droit a pour base un hexagone régulier de côté 4 cm et une hauteur de 10 cm.

Calculer son volume (valeur exacte et au dixième).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Une pyramide à base carrée de 6 cm de côté a une hauteur de 9 cm. On la coupe parallèlement à la base, à 6 cm de la base.

1. Quelle est la hauteur et le côté de la petite pyramide obtenue au sommet ?
2. Calculer le volume du tronc de pyramide.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

On fond un cube de métal de 10 cm d'arête pour fabriquer des billes de 1 cm de rayon.

Combien de billes peut-on fabriquer au maximum (sans perte) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Un toit plat de 10 m × 8 m est couvert de 30 cm de neige fraîche, de masse volumique 150 kg/m^3.

1. Calculer le volume et la masse de neige.
2. En fondant, quel volume d'eau la neige donne-t-elle (en litres) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Une citerne récupère l'eau de pluie d'un toit de 120 m^2 (surface au sol).

1. Quel volume d'eau recueille-t-elle lors d'une pluie de 20 mm ?
2. La citerne est un cylindre de 1,5 m de diamètre. De combien le niveau monte-t-il (au cm) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Dans un carré de carton de 12 cm de côté, on découpe un carré de côté x à chaque coin pour former une boîte sans couvercle.

1. Exprimer le volume $V(x)$.
2. Calculer $V(1)$, $V(2)$, $V(3)$ et $V(4)$. Quelle valeur entière de x donne le plus grand volume ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Une boule de rayon 2 m sert de réservoir.

1. Calculer sa contenance en litres.
2. On construit un réservoir sphérique de contenance double. Par quel facteur faut-il multiplier le rayon (au millième) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Un aquarium de 60 cm × 30 cm × 40 cm est rempli d'eau aux trois quarts. On y plonge entièrement une statuette, et le niveau monte de 1,5 cm.

1. Quelle hauteur d'eau y avait-il au départ ?
2. Calculer le volume de la statuette.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Théorème de Pythagore

Exercice 1

1. Un écran de télévision au format 16 : 9 a une diagonale de 55 pouces (1 pouce = 2,54 cm). Calculer la longueur L et la largeur ℓ de la dalle (en cm, arrondies à 0,1 cm). *(Poser $L = 16k$ et $\ell = 9k$.)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Le bambou brisé (problème chinois classique du IXe siècle av. J.-C.) : Un bambou vertical de 10 m de hauteur se brise en un point sans se détacher complètement ; son extrémité supérieure vient toucher le sol horizontal à 3 m du pied du bambou.

À quelle **hauteur** x au-dessus du sol le bambou s'est-il cassé ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Dans un repère orthonormé, on donne les trois points $A(-2;1)$, $B(4;5)$ et $C(6;2)$.

1. Calculer les longueurs exactes AB, BC et AC (sans arrondir : laisser sous forme $\sqrt{\dots}$).
2. En utilisant la réciproque du théorème de Pythagore, démontrer que le triangle ABC est **rectangle** (préciser en quel sommet), puis calculer son aire.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Une fleur de lotus pousse au fond d'un étang calme. Sa tige verticale dépasse de 20 cm au-dessus de la surface de l'eau. Lorsque le vent la couche latéralement (tige supposée rigide et droite depuis son point d'ancrage au fond), la fleur touche exactement la surface de l'eau à 60 cm de la verticale de sa racine.

Quelle est la **profondeur** h de l'étang à cet endroit ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

On considère une pyramide régulière à base carrée $SABCD$ dont toutes les 8 arêtes (les 4 de la base et les 4 latérales) ont la **même longueur** $a = 10$ **cm**.

1. Calculer la longueur de la diagonale AC de la base carrée, puis en déduire la **hauteur** SO exacte de cette pyramide (O centre de $ABCD$).
2. Calculer le **volume exact** de la pyramide (sous forme $\frac{k\sqrt{2}}{3}$).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

On donne un quadrilatère $ABCD$ convexe tel que $AB = 6$ cm, $BC = 8$ cm, $CD = 24$ cm, $DA = 26$ cm et $\widehat{ABC} = 90°$.

1. Calculer la longueur de la diagonale AC.
2. Démontrer que le triangle ACD est également **rectangle** (préciser en quel sommet), puis calculer l'aire totale du quadrilatère $ABCD$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Un couloir à angle droit est formé d'un premier couloir de largeur $a = 2{,}0$ m et d'un second couloir perpendiculaire de largeur $b = 2{,}0$ m. On souhaite savoir si une poutre rigide droite (d'épaisseur négligeable) de longueur 5,5 m peut passer horizontalement le virage à 90°.

On montre en géométrie que la longueur maximale pouvant tourner dans un couloir en L à 90° de largeurs égales $a = b = 2{,}0$ m correspond à la position symétrique à 45° touchant le coin intérieur et les deux murs extérieurs. Calculer la longueur maximale théorique passant le coin (à l'aide de deux triangles rectangles isocèles, ou de la diagonale d'un carré de côté 2,0 m) et répondre à la question.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Dans un triangle ABC, $[AH]$ est la hauteur issue de A, $[AM]$ est la médiane issue de A, et H est situé entre B et M. On donne $AB = 10$ cm, $AC = 17$ cm et $AH = 8$ cm.

1. Calculer BH et HC, puis la longueur totale BC.
2. Calculer BM et HM, puis en déduire la longueur exacte de la **médiane** AM.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Un escalier droit permet de monter d'une hauteur totale de 2,80 m sur un reculement horizontal (trémie) de 4,20 m.

1. Calculer la longueur du limon (poutre oblique soutenant l'escalier), arrondie au centimètre.
2. Si l'on veut réaliser 14 marches identiques (contremarche verticale identique + giron horizontal identique), calculer la hauteur d'une marche, la profondeur d'une marche, et la longueur oblique entre deux nez de marche consécutifs.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Soit un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 12$ cm et $BC = 9$ cm. On construit à l'extérieur ou sur les côtés ? Plutôt : démontrer le **théorème du drapeau anglais** : Pour tout point P situé **à l'intérieur** d'un rectangle $ABCD$, montrer que :

$$PA^2 + PC^2 = PB^2 + PD^2$$

(Indication : tracer par P les parallèles aux côtés du rectangle pour découper 4 coordonnées locales x_1, x_2, y_1, y_2.) Application : si $PA = 5$ cm, $PB = 7$ cm et $PC = 11$ cm, calculer la longueur exacte PD.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Une diagonale traverse un jardin rectangulaire de 20 m sur 21 m. Quelle est sa longueur ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Un triangle rectangle a pour hypoténuse 25 cm et pour petit côté 7 cm. Trouve l'autre côté.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Un triangle de côtés 9, 40 et 41 cm est-il rectangle ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Un triangle de côtés 6, 7 et 10 cm est-il rectangle ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Quelle est la longueur de la diagonale d'un carré de côté 9 cm ? Donne la valeur exacte.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Calcule la distance entre A$(-2,\ 3)$ et B$(6,\ 18)$ dans un repère orthonormé.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Un câble tendu relie le sommet d'un poteau vertical de 12 m à un ancrage au sol à 16 m du pied. Quelle longueur de câble ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Un triangle équilatéral mesure 10 cm de côté. Donne sa hauteur exacte.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Un pavé a des arêtes de 2, 3 et 6 cm. Quelle est la longueur d'une diagonale de l'espace ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Dans un triangle rectangle les deux petits côtés valent chacun 4 cm. L'hypoténuse mesure-t-elle 8 cm ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

1. Calculer l'hypoténuse d'un triangle rectangle de côtés 7 et 24 cm.
2. Calculer le troisième côté d'un triangle rectangle d'hypoténuse 41 cm et d'un côté de 9 cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Calculer la distance entre les points $A(-2;1)$ et $B(4;9)$, puis les coordonnées du milieu de $[AB]$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Une échelle de 10 m est posée contre un mur ; son pied est à 6 m du mur.

1. À quelle hauteur touche-t-elle le mur ?
2. Le haut de l'échelle glisse de 1 m vers le bas. De combien le pied s'éloigne-t-il du mur (au cm) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Un téléviseur « 55 pouces » au format $16:9$ a une diagonale de 55 pouces.

1. En notant $16k$ et $9k$ la largeur et la hauteur, calculer k.
2. En déduire la largeur et la hauteur en pouces (au dixième), puis en cm (1 pouce = 2,54 cm).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Calculer la grande diagonale d'un pavé de $2 \times 3 \times 6$ cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Un triangle isocèle a deux côtés de 10 cm et une base de 12 cm.

Calculer sa hauteur et son aire.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Un cône a un rayon de base de 5 cm et une hauteur de 12 cm.

1. Calculer sa génératrice.
2. Calculer son aire latérale ($\pi r g$) et son aire totale (valeurs exactes).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Une personne dont les yeux sont à 2 m au-dessus de la mer regarde l'horizon. Le rayon de la Terre vaut 6 371 km.

1. Montrer que la distance d jusqu'à l'horizon vérifie $d^2 = (R+h)^2 - R^2$.
2. Calculer d (au centième de km).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Pour deux entiers $m > n > 0$, les nombres $a = m^2 - n^2$, $b = 2mn$ et $c = m^2 + n^2$ forment un triplet pythagoricien.

1. Vérifier que $a^2 + b^2 = c^2$.
2. Calculer les triplets obtenus pour $(m;n) = (2;1)$, $(3;2)$ et $(4;1)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Les triangles suivants sont-ils rectangles ?

1. 9, 40, 41
2. 11, 60, 61
3. 12, 35, 38

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Théorème de Thalès

Exercice 1

Configuration papillon : Les droites (BD) et (CE) se coupent en A, et les droites (BC) et (DE) sont **parallèles**. On donne : $AB = 4{,}5$ cm, $AD = 7{,}5$ cm, $AC = 3{,}6$ cm et $DE = 9$ cm.

1. Écrire les trois égalités de rapports du théorème de Thalès.
2. Calculer les longueurs AE et BC, puis le rapport entre l'aire du triangle ADE et l'aire du triangle ABC.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Dans deux triangles ayant un sommet commun S, les points S, A, B d'une part et S, C, D d'autre part sont alignés dans le même ordre :

- Cas 1 : $SA = 4$ cm, $SB = 10$ cm, $SC = 5{,}6$ cm et $SD = 14$ cm.
- Cas 2 : $SA = 6$ cm, $AB = 9$ cm, $SC = 8$ cm et $CD = 11$ cm.

Dans chacun des deux cas, les droites (AC) et (BD) sont-elles parallèles ? Justifier en citant précisément le théorème utilisé.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

On souhaite mesurer la profondeur d'un puits cylindrique vertical de diamètre 1,20 m sans y descendre. Un observateur place son œil à 1,60 m au-dessus du sol et à 0,40 m du bord du puits : dans cette position, son rayon visuel rasant le bord proche du puits atteint exactement le coin opposé du fond du puits.

En modélisant par une configuration de Thalès (deux triangles rectangles avec l'alignement œil – bord proche – coin opposé du fond), calculer la **profondeur P du puits**.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Sur une figure, $ABCD$ est un quadrilatère dans lequel un segment $[MN]$ joint un point $M \in [AB]$ et un point $N \in [AC]$, parallèle à $[BC]$, et un autre segment $[NP]$ joint $N \in [AC]$ à $P \in [AD]$, parallèle à $[CD]$.

1. Écrire les rapports de Thalès dans ABC puis dans ACD.
2. En déduire que $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AP}{AD}$, puis démontrer grâce à la réciproque du théorème de Thalès que la droite (MP) est **parallèle** à la diagonale (BD).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Pour calculer la largeur $L = AB$ d'une rivière sans la traverser, un géomètre plante deux piquets B et C sur sa berge ($BC = 20$ m), aligne A (sur la berge opposée) avec B et recule en ligne droite jusqu'en D tel que $BD = 12$ m. Puis depuis D, il marche parallèlement à (BC) jusqu'à un point E aligné avec A et C, et mesure $DE = 26$ m.

1. Justifier que le théorème de Thalès s'applique entre ABC et ADE.
2. Calculer la largeur $L = AB$ de la rivière.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

La **croix du bûcheron** est un instrument formé de deux baguettes perpendiculaires assemblées en T : une baguette horizontale visée $[AB]$ de longueur 20 cm et une tige de visée $[OE]$ allant de l'œil O au milieu E de $[AB]$, avec $OE = 50$ cm. Pour mesurer la hauteur H d'un arbre situé à 40 m de l'observateur, on aligne le haut de la baguette avec la cime et le bas de la baguette avec le pied de l'arbre.

Calculer la hauteur H de l'arbre par le théorème de Thalès.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Sur une droite horizontale, on plante verticalement deux poteaux $[AB]$ ($AB = 3$ m) et $[CD]$ ($CD = 6$ m), espacés de $BD = 9$ m. On tend deux câbles rectilignes $[AD]$ et $[BC]$ qui se croisent en un point I. On note $H \in [BD]$ le pied de la perpendiculaire abaissée de I sur le sol.

1. En appliquant Thalès d'abord dans BCD avec $[IH] \parallel [CD]$, puis dans DAB avec $[IH] \parallel [AB]$, montrer que :

$$\frac{1}{IH} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{CD}$$

2. En déduire la hauteur exacte IH du point de croisement des câbles *(et remarquer qu'elle ne dépend pas de la distance BD !)*.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Deux cercles $\mathcal{C}_1(O_1; 4 \text{ cm})$ et $\mathcal{C}_2(O_2; 7 \text{ cm})$ ont une tangente commune extérieure qui touche $\mathcal{C}_1$ en T_1 et $\mathcal{C}_2$ en T_2, et qui coupe la ligne des centres (O_1O_2) en un point S (situé du côté de O_1). On donne $O_1O_2 = 12$ cm.

1. Justifier que $(O_1T_1) \parallel (O_2T_2)$ et écrire le théorème de Thalès dans SO_2T_2.
2. Calculer la distance SO_1, puis les longueurs ST_1 et ST_2 (arrondies à 0,1 cm).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Un lampadaire vertical de hauteur $H = 4{,}50$ m projette l'ombre d'un piéton mesurant $h = 1{,}80$ m qui s'éloigne du pied du lampadaire à vitesse constante $v = 1{,}5$ m/s.

1. Lorsque le piéton se trouve à distance $d = 3{,}0$ m du lampadaire, quelle est la longueur s de son ombre au sol ?
2. Exprimer s en fonction de d, puis montrer que l'ombre s'allonge à une vitesse constante (calculer cette vitesse d'allongement de l'ombre, et la vitesse de déplacement de l'extrémité de l'ombre !).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Dans un triangle ABC quelconque, on place $M \in [AB]$ tel que $AM = \frac{1}{3}AB$ et $N \in [AC]$ tel que $(MN) \parallel (BC)$. Puis on trace $[BN]$ et $[CM]$ qui se coupent en I.

1. Quelle est l'aire du petit triangle AMN par rapport à celle du grand triangle ABC ?
2. Par le théorème de Thalès dans le papillon $BMNC$ (triangles IMN et ICB), quel est le rapport $\frac{IN}{IB} = \frac{MN}{BC}$? En déduire le rapport $\frac{\mathcal{A}(IMN)}{\mathcal{A}(IBC)}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Dans ABC, D est sur AB et E sur AC. DE est parallèle à BC. On a AD = 4, AB = 10 et AC = 15 cm. Calcule AE.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Dans la même configuration, avec D sur AB, E sur AC et DE parallèle à BC, AD vaut 6, DB vaut 3 et BC vaut 12 cm. Trouve DE.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

D et E sont respectivement sur AB et AC. On a AD = 3, AB = 7, AE = 6 et AC = 14 cm. Les droites DE et BC sont-elles parallèles ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

D et E sont respectivement sur AB et AC. On a AD/AB = 2/5 et AE/AC = 3/5. Les droites DE et BC peuvent-elles être parallèles ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Un bâton vertical de 1,2 m projette une ombre de 0,8 m. Au même instant, sur le même sol horizontal, un arbre vertical projette 7 m d'ombre. Quelle est sa hauteur ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Dans ABC, D est le milieu de AB et E celui de AC. BC vaut 19 cm. Que vaut DE ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Dans ABC, D est sur AB et E sur AC, avec DE parallèle à BC. On sait que DE/BC = 3/8 et AD = 9 cm. Trouve AB.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Deux droites sécantes en O portent respectivement A, B et C, D de part et d'autre de O. AC et BD sont parallèles. OA = 5, OB = 15 et OC = 4 cm. Trouve OD.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Dans ABC, DE est parallèle à BC, avec D sur AB et E sur AC. Si AD/AB vaut 3/4, quel est le rapport des aires ADE/ABC ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Deux triangles ABC et ADE ont le même angle en A, avec D sur AB et E sur AC. AB = 12, AC = 18, AD = 8 et AE = 12 cm. Si DE vaut 10 cm, calcule BC.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Dans un triangle ABC, $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$ avec $(MN) \parallel (BC)$. On donne $AM = 3$, $AB = 5$ et $AN = 4{,}2$.

Calculer AC.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Dans un triangle ABC, $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$ avec $AM = 6$, $AB = 9$, $AN = 8$ et $AC = 12$.

Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Un bâton vertical de 1,5 m a une ombre de 2 m. Au même moment, l'ombre d'un immeuble mesure 24 m.

Calculer la hauteur de l'immeuble.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

$ABCD$ est un trapèze de bases $AB = 12$ et $CD = 8$. Ses diagonales se coupent en O, avec $AC = 15$.

Calculer AO et OC.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Dans un triangle ABC, on a $(MN) \parallel (BC)$ avec $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$. On donne $AM = x$, $MB = 4$, $AN = 6$ et $NC = 8$.

Calculer x.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Dans un triangle ABC, $AM = 5$, $AB = 8$, $AN = 6$ et $AC = 10$ (avec $M \in [AB]$, $N \in [AC]$).

Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

On veut partager un segment $[AB]$ de 10 cm en deux parties dans le rapport $\frac{2}{3}$ à l'aide de Thalès.

1. Décrire la construction.
2. Calculer les deux longueurs.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Les points A, C, E sont alignés, ainsi que B, C, D, avec C entre A et E et entre B et D, et $(AB) \parallel (DE)$. On donne $CA = 6$, $CE = 9$ et $AB = 4$.

Calculer DE.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Une pyramide de hauteur 12 cm a une base carrée de 9 cm de côté. On la coupe par un plan parallèle à la base, à 4 cm du sommet.

Calculer le côté de la section.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Dans un triangle ABC d'aire 50 cm^2, on trace $(MN) \parallel (BC)$ avec $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{5}$.

1. Calculer l'aire du triangle AMN.
2. Calculer l'aire du trapèze $MNCB$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Trigonométrie

Exercice 1

Dans un triangle ABC rectangle en A, on donne $BC = 12$ cm et $\widehat{ABC} = 34°$.

1. Calculer les longueurs exactes (en fonction de sin ou cos) puis arrondies au millimètre de AB et AC.
2. Calculer l'angle $\widehat{ACB}$, puis vérifier avec le rapport $\tan(\widehat{ACB})$ la valeur de AB.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Dans un triangle DEF rectangle en D, on connaît deux côtés : $DE = 7{,}0$ cm et $DF = 11{,}0$ cm.

1. Calculer la mesure des deux angles aigus $\widehat{DEF}$ et $\widehat{DFE}$ (arrondie à $0{,}1°$).
2. Calculer la longueur exacte puis arrondie de l'hypoténuse EF.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Sans calculatrice, en utilisant les **valeurs trigonométriques exactes** de $30°$, $45°$ et $60°$:

1. Rappeler dans un tableau sin, cos et tan pour $30°, 45°, 60°$.
2. Calculer la **valeur exacte** de la hauteur h et de l'aire d'un triangle ABC sachant que $AB = 8$ cm, $AC = 6$ cm et $\widehat{BAC} = 60°$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Soit α un angle aigu ($0° < \alpha < 90°$) tel que $\cos\alpha = \dfrac{5}{13}$.

Sans calculer l'angle α, à l'aide de l'identité fondamentale $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ et de $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$, calculer les valeurs exactes (en fractions) de :

1. $\sin\alpha$
2. $\tan\alpha$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Un observateur souhaite mesurer la hauteur H d'une tour verticale ST dont le pied T est inaccessible (de l'autre côté d'une rivière).

- Depuis un premier point A sur le sol horizontal aligné avec T, il vise le sommet S sous un angle d'élévation $\widehat{SAT} = 30°$.
- Il s'avance ensuite de 20 m vers la tour jusqu'au point B (toujours aligné avec A et T) et vise le sommet S sous un angle $\widehat{SBT} = 60°$.

1. En remarquant les angles du triangle SAB, montrer sans même utiliser tan que $SB = AB = 20$ m !
2. En déduire la **hauteur exacte** $H = ST$ de la tour (puis sa valeur arrondie à 0,1 m), et retrouver le résultat avec la tangente ($AT = \frac{H}{\tan 30°}$, $BT = \frac{H}{\tan 60°}$).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Depuis le sommet d'une falaise verticale surplombant la mer à $h = 85$ m d'altitude, un gardien de phare observe deux bateaux alignés devant lui :

- le premier sous un **angle de dépression** (sous l'horizontale) de $\alpha = 38°$;
- le second plus éloigné sous un angle de dépression de $\beta = 22°$.

Calculer la distance horizontale entre le pied de la falaise et chacun des deux bateaux, puis la **distance séparant les deux bateaux** (arrondir au mètre près).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Un **pentagone régulier** est inscrit dans un cercle de centre O et de rayon $R = 10$ cm.

1. Quelle est la mesure de l'angle au centre $\widehat{AOB}$ correspondant à un côté $[AB]$? En utilisant la hauteur $[OH]$ issue de O dans le triangle isocèle OAB, calculer la **longueur du côté** AB et de l'**apothème** OH (arrondis à 0,01 cm).
2. En déduire le **périmètre** et l'**aire** de ce pentagone régulier.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

On donne un losange $ABCD$ dont le côté mesure $a = 12$ cm et un angle intérieur vaut $\widehat{BAD} = 50°$.

Calculer les longueurs des deux diagonales AC et BD, ainsi que l'aire du losange (arrondies à 0,1).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Un géomètre mesure un terrain triangulaire ABC et relève $AB = 45$ m, $AC = 32$ m et $\widehat{BAC} = 115°$.

1. En traçant la hauteur $[CH]$ issue de C sur la droite (AB) (avec H du côté opposé à B par rapport à A, puisque $\widehat{BAC} > 90°$), calculer la hauteur CH et la projection AH (arrondies à 0,01 m).
2. En déduire l'aire du terrain ABC et la longueur du troisième côté BC (arrondie à 0,1 m).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

On considère un cône droit de génératrice $g = 15$ cm dont l'angle au sommet complet (entre deux génératrices opposées dans la section axiale) vaut $2\alpha = 56°$ (soit un demi-angle au sommet $\alpha = 28°$).

1. Calculer le rayon de base r et la hauteur h de ce cône (arrondis à 0,01 cm).
2. En déduire son volume (arrondi à 0,1 cm^3).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est 13 cm et le côté opposé à α est 5 cm. Donne $\sin \alpha$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Un triangle rectangle a un côté adjacent à α de 15 cm et une hypoténuse de 17 cm. Donne $\cos \alpha$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Un côté opposé à β mesure 12 cm et le côté adjacent mesure 5 cm. Donne $\tan \beta$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Une rampe monte de 0,9 m sur 12 m horizontaux. Quel angle fait-elle avec le sol, au dixième de degré ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Un câble de 18 m forme un angle de 30° avec le sol horizontal. Quelle différence de hauteur sépare ses extrémités ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Un sentier droit de 250 m est incliné de 8° au-dessus de l'horizontale. Calcule sa projection horizontale au mètre près.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

À 22 m du pied d'un pylône vertical, on voit son sommet sous un angle d'élévation de 34°. L'œil est à 1,6 m du sol horizontal. Donne la hauteur au dixième près.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Dans un triangle rectangle, le côté opposé à α vaut 7 cm et l'hypoténuse 10 cm. Calcule α au degré près.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Le plus petit angle d'un triangle rectangle vaut 25°. Quel est le cosinus de l'autre angle aigu en fonction de 25° ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Un angle aigu a pour tangente 1. Quelle est sa mesure ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Un triangle rectangle a une hypoténuse de 10 cm et un angle aigu de 30°.

Calculer les deux autres côtés ($\sin 30° = 0{,}5$, $\cos 30° \approx 0{,}866$).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Dans un triangle rectangle, les côtés de l'angle droit mesurent 7 et 24 cm.

Calculer les deux angles aigus (au centième de degré).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Une échelle de 6 m fait un angle de 70° avec le sol.

1. À quelle hauteur touche-t-elle le mur ?
2. À quelle distance du mur est son pied ? (Au centième.)

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Une route a une pente de 12 %.

1. Quel angle fait-elle avec l'horizontale (au centième de degré) ?
2. Une pente de 100 % correspond à quel angle ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Pour mesurer un arbre, une élève se place à 30 m du pied et vise le sommet sous un angle de 35° au-dessus de l'horizontale. Ses yeux sont à 1,6 m du sol.

Calculer la hauteur de l'arbre (au centimètre).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Un angle aigu α vérifie $\sin\alpha = 0{,}6$.

Calculer $\cos\alpha$ et $\tan\alpha$ sans calculer α.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

1. Dans un triangle équilatéral de côté 2, tracer une hauteur et en déduire les valeurs exactes de $\sin 30°$, $\cos 30°$ et $\tan 60°$.
2. Dans un carré de côté 1, en déduire $\cos 45°$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Un triangle isocèle a deux côtés de 10 cm qui forment un angle de 40°.

Calculer sa base, sa hauteur et son aire (au centième).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Un pentagone régulier est inscrit dans un cercle de rayon 10 cm.

Calculer la longueur de ses côtés (au centième).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Une route de montagne de 2 km de long monte régulièrement en faisant un angle de 8° avec l'horizontale.

1. Calculer le dénivelé (au dixième de m).
2. Calculer la pente en pourcentage (au dixième).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site