Table des matières

Exercices corrigés de maths de 10e HarmoS **1**
Nombres naturels (calculs et problèmes) . . . 1
Critères de divisibilité, multiples et diviseurs . . . 5
Nombres premiers et décomposition . . . 9
PPMC et PGDC et problèmes . . . 13
Nombres relatifs (calculs et problèmes) . . . 17
Fractions et nombres rationnels (calculs et problèmes) . . . 22
Priorité des opérations . . . 26
Puissances et problèmes . . . 31
Racines et problèmes . . . 35
Notation scientifique et problèmes . . . 40
Probabilités et combinatoires . . . 44
Autres problèmes divers . . . 49
Fonctions constantes, linéaires et affines et problèmes . . . 53
Fonctions quadratiques et diverses . . . 57
Problèmes de proportionnalité, pourcentages, pentes et échelle . . . 62
Calcul littéral et problèmes . . . 66
Factorisation . . . 71
Equations du 1er degré et problèmes . . . 75
Constructions géométriques . . . 79
Triangles . . . 83
Représentations de solides . . . 87
Divers problèmes de géométrie . . . 92
Conversion d'unités . . . 96
Périmètres et aires . . . 100
Volumes et aires des solides . . . 105

Exercices corrigés de maths de 10e HarmoS

Nombres naturels (calculs et problèmes)

Exercice 1

Calculer astucieusement sans calculatrice en utilisant les propriétés des opérations (commutativité, associativité, distributivité) :

1. $A = 25 \times 37 \times 4$
2. $B = 125 \times 16 \times 9$
3. $C = 48 \times 99$
4. $D = 67 \times 43 + 67 \times 57$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

On effectue la division euclidienne de deux nombres naturels D (le dividende) et d (le diviseur).

1. Dans une première division, le diviseur est $d = 27$, le quotient entier est $q = 18$ et le reste est $r = 14$. Quel est le dividende D ?
2. Dans une deuxième division, le dividende vaut $D = 157$ et le quotient entier vaut $q = 11$. Déterminer le diviseur d et le reste r possibles sachant que $0 \leq r < d$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Une imprimerie fabrique 4570 cahiers qu'elle range d'abord en paquets de 12 cahiers, puis emballe les paquets complets dans des cartons contenant chacun 15 paquets.

1. Combien de paquets complets obtient-on, et combien de cahiers restent isolés ?
2. Combien de cartons complets peut-on expédier, et combien de paquets complets reste-t-il hors carton ?
3. Combien de cahiers faudrait-il imprimer en plus pour remplir exactement un carton supplémentaire complet ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Lors d'un festival scolaire sur 3 jours, on prévoit d'accueillir 395 spectateurs le vendredi, 612 le samedi et 488 le dimanche. Le billet coûte 14 CHF. Par ailleurs, les frais fixes de location s'élèvent à 8450 CHF et chaque programme imprimé distribué aux spectateurs coûte 3 CHF.

1. Donner d'abord un **ordre de grandeur** de la recette brute en arrondissant les effectifs à la centaine.
2. Calculer exactement la recette totale des billets, les dépenses totales, puis le bénéfice net du festival.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Dans un entrepôt, on empile des tuyaux cylindriques en couches superposées : la couche du haut comporte 5 tuyaux, celle juste en dessous en comporte 6, et ainsi de suite en ajoutant 1 tuyau par rangée jusqu'à la rangée du bas qui compte 24 tuyaux.

1. Combien de rangées y a-t-il au total ?
2. Calculer astucieusement le nombre total de tuyaux dans la pile (méthode de Gauss).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Soient a et b deux nombres naturels non nuls. Répondre en justifiant comment varie le résultat dans chaque situation :

1. La somme $a + b$ vaut 420. Que devient la somme si on augmente a de 35 et qu'on diminue b de 18 ?
2. La différence $a - b$ vaut 125. Que devient la différence si on augmente à la fois a et b de 40 ? Et si on augmente a de 40 tout en diminuant b de 15 ?
3. Le produit $a \times b$ vaut 240. Que devient-il si on multiplie a par 3 et qu'on divise b par 6 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Je suis un nombre naturel à 4 chiffres compris entre 4000 et 5000.

- Mon chiffre des dizaines est le double de mon chiffre des unités.
- Mon chiffre des centaines est égal à la somme de mon chiffre des milliers et de mon chiffre des unités.
- La somme de mes quatre chiffres vaut 16.

Quel est ce nombre ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Trois amies, Clara, Inès et Zoé, se partagent une prime de 615 CHF remportée à un concours :

- Inès reçoit 45 CHF de plus que Clara.
- Zoé reçoit le double de la part d'Inès.

Quelle somme (en nombres entiers de francs) revient à chacune ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Un phare émet un signal lumineux toutes les 18 secondes et un autre phare voisin émet un signal toutes les 24 secondes. Au même instant à 21 h 15 min 00 s, les deux phares éclairent simultanément.

1. Combien de signaux aura émis le premier phare entre 21 h 15 min 00 s (exclu) et 21 h 21 min 00 s (inclus) ?
2. À combien de reprises exactes les deux phares ont-ils brillé simultanément durant cet intervalle (en incluant l'instant final, sans compter 21 h 15 min 00 s) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Un collège organise une sortie pour 210 élèves et 15 accompagnateurs. Le transporteur propose deux types de véhicules (conducteur inclus) :

- des **grands cars** de 45 places passagers à 420 CHF l'unité ;
- des **minibus** de 18 places passagers à 210 CHF l'unité.

1. Combien de places faut-il au total ?
2. Trouver une combinaison permettant de transporter tout le monde en ne laissant **aucun siège vide**, puis vérifier s'il existe une combinaison encore moins chère (même avec des sièges vides).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Une bibliothèque reçoit 171 livres le lundi et 29 le mardi. Elle répartit tous les livres en lots de 12. Combien de lots complets prépare-t-elle et combien de livres restent-ils ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Sans poser la multiplication, calcule 54×99.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Quel naturel faut-il ajouter à 2907 pour atteindre le prochain millier strictement supérieur ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Une salle compte 29 rangées de 16 places. On condamne 13 places et on vend 171 billets. Combien de places utilisables restent libres ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Le quotient entier de la division d'un nombre par 19 est 54 et le reste vaut 14. Retrouve le nombre.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Une élève affirme que 17271 est le produit de 171 par 100, augmenté de 1. De combien son résultat diffère-t-il du nombre annoncé ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Estime le produit 171×29 en arrondissant chaque facteur à la dizaine la plus proche, puis calcule-le exactement.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Une mosaïque carrée comporte 54 carreaux sur chaque côté. Combien de carreaux sont sur le bord extérieur ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Un sachet coûte 7 CHF ou 28 CHF le lot de cinq. Combien paie-t-on au minimum pour exactement douze sachets ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Le produit de trois nombres naturels non nuls vaut 84. Deux des facteurs sont 3 et 7. Trouve le troisième.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Calculer astucieusement, sans calculatrice :

1. $A = 125 \times 32$
2. $B = 999 \times 999$
3. $C = 48 \times 52$
4. $D = 37 \times 27 + 37 \times 73$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

1. Combien de semaines complètes et de jours restants y a-t-il dans 1 000 jours ?
2. Si l'on commence un lundi, quel jour sera le $1\,000^{\text{e}}$ jour ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Une usine produit 2 450 pièces par jour, 5 jours par semaine, pendant 48 semaines par an.

1. Calculer la production annuelle.
2. Les pièces sont emballées par cartons de 144. Combien de cartons complets remplit-on en un an ? Combien de pièces restent ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

1. Calculer $1 + 3$, $1 + 3 + 5$, $1 + 3 + 5 + 7$. Que remarque-t-on ?
2. En déduire la somme des 100 premiers nombres impairs.
3. Quel est le 100e nombre impair ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Un nombre de trois chiffres vérifie :

- la somme de ses chiffres vaut 13 ;
- son chiffre des centaines est le double de son chiffre des unités ;
- son chiffre des dizaines vaut 1 de plus que son chiffre des unités.

Trouver ce nombre.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

1. Combien existe-t-il de nombres entiers de trois chiffres ?
2. Combien n'ont que des chiffres impairs ?
3. Combien ont trois chiffres tous différents ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

1. Calculer le nombre de secondes dans une année de 365 jours.
2. En donner un ordre de grandeur sous la forme $a \times 10^n$ avec a entier.
3. Combien de temps dure un million de secondes (en jours, heures, minutes et secondes) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Trois sœurs se partagent 1 050 CHF. Béa reçoit 50 CHF de plus qu'Alice, et Chloé reçoit le double d'Alice.

Combien reçoit chacune ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Un nombre naturel donne un reste de 3 dans la division par 7, et un reste de 2 dans la division par 5.

1. Trouver le plus petit nombre qui convient.
2. Trouver tous les nombres qui conviennent entre 100 et 200.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Un nombre est appelé **palindrome** s'il se lit de la même façon dans les deux sens (comme 343 ou 2 552).

1. Combien y a-t-il de palindromes à 3 chiffres ?
2. Montrer que tout palindrome à 4 chiffres $\overline{abba}$ est divisible par 11.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Critères de divisibilité, multiples et diviseurs

Exercice 1

Compléter par « oui » ou « non » le tableau de divisibilité des nombres 4140, 7325, 18 216 et 9075 par $2, 3, 4, 5, 9$ et 25, en justifiant brièvement chaque critère utilisé.

Nombre	2	3	4	5	9	25
4140	?	?	?	?	?	?
7325	?	?	?	?	?	?
18 216	?	?	?	?	?	?
9075	?	?	?	?	?	?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

On rappelle qu'un entier est divisible par 11 lorsque la différence entre la somme de ses chiffres de rang impair (en partant de la droite) et la somme de ses chiffres de rang pair est un multiple de 11 ($0, \pm 11, \pm 22, ...$). Par ailleurs, pour tester la divisibilité par 12 ou par 15, on combine deux critères dont les diviseurs sont premiers entre eux.

1. Les nombres 8591 et 47 266 sont-ils divisibles par 11 ?
2. Parmi 13 428, 27 540 et 81 315, lesquels sont divisibles par 12 ? Lesquels par 15 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

On considère le nombre à 5 chiffres $N = \overline{47a8b}$, où a et b désignent des chiffres de 0 à 9.

Déterminer **tous les nombres** N possibles qui soient divisibles à la fois par 4 et par 9.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

1. Écrire la liste complète des diviseurs de 72 et celle des diviseurs de 180 en utilisant la méthode des **paires de diviseurs**.
2. En déduire l'ensemble des diviseurs communs à 72 et 180, et vérifier si le nombre de diviseurs de 72 est pair ou impair (expliquer pourquoi).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

On appelle **diviseurs propres** d'un entier naturel n tous ses diviseurs strictement inférieurs à n. Un entier est dit :

- **parfait** s'il est égal à la somme de ses diviseurs propres ;
- **abondant** si la somme de ses diviseurs propres est strictement supérieure à n ;
- **déficient** si cette somme est strictement inférieure à n.

Classifier les nombres 12, 15, 28 et 36 dans ces trois catégories.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

On souhaite carreler entièrement une terrasse rectangulaire de 840 cm de long sur 600 cm de large à l'aide de dalles carrées identiques, sans aucune découpe et sans joint. Le côté c des dalles doit être un nombre entier de centimètres strictement supérieur à 15 cm.

1. Quelles sont **toutes les dimensions possibles** pour le côté c des dalles ?
2. Pour chacune de ces dimensions, combien de dalles faut-il au total ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

1. Donner tous les multiples communs à 12 et 18 qui sont compris strictement entre 200 et 400.
2. Quel est le plus grand multiple de 45 inférieur ou égal à 1000 ?
3. Trouver l'unique multiple de 14 compris entre 100 et 200 dont la somme des chiffres vaut 11.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Démontrer les propriétés arithmétiques suivantes à l'aide du calcul littéral (avec n, a, b entiers) :

1. La somme de trois nombres entiers consécutifs est toujours un multiple de 3.
2. La somme de quatre nombres entiers consécutifs n'est **jamais** un multiple de 4.
3. La différence entre un nombre à deux chiffres $\overline{ab}$ et le nombre obtenu en inversant ses chiffres $\overline{ba}$ est toujours un multiple de 9.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Un collectionneur compte ses timbres (il en possède entre 100 et 200).

- S'il les regroupe par paquets de 4, il lui en reste 3.
- S'il les regroupe par paquets de 5, il lui en reste 3.
- S'il les regroupe par paquets de 6, il lui en reste 3.

Combien de timbres possède-t-il exactement ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

1. Rappeler le critère de divisibilité par 8 sur un grand entier, puis vérifier sans poser la division si 74 928 et 53 412 sont divisibles par 8.
2. Selon les règles du calendrier grégorien, une année est **bissextile** si elle est divisible par 4, **sauf** les années séculaires (multiples de 100) qui ne sont bissextiles que si elles sont divisibles par 400. Parmi les années 1900, 1996, 2000, 2024 et 2100, lesquelles sont bissextiles ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Trouve les multiples communs de 4 et 6 entre 121 et 145, bornes incluses.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Donne tous les diviseurs positifs de 24.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Remplace l'unité de 1047 pour rendre le nombre divisible par 9. Donne toutes les possibilités.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Sans effectuer la division, décide si 12128 est divisible par 4 et s'il est divisible par 8.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Un paquet de 72 cartes doit être partagé entre 25 élèves en parts égales. Combien de cartes restent après avoir donné le maximum à chacun ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Énumère les paires de dimensions entières d'un rectangle de 72 cm², à rotation près.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Le nombre 245 peut-il être à la fois multiple de 5 et multiple de 10 ? Justifie.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Un nombre laisse un reste de 2 quand on le divise par 24. Quel est son reste si on lui ajoute 47 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Trouve le plus petit multiple de 7 strictement supérieur à 75.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Un entier est divisible par 24 et par 5. Doit-il être divisible par 120 ? Donne une justification.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Le nombre 123 456 est-il divisible par 3 ? par 4 ? par 8 ? par 9 ? Justifier.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Trouver tous les nombres de la forme $\overline{3a7b}$ divisibles par 45.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

1. Démontrer que pour tout entier n, le nombre $n^3 - n$ est divisible par 6. (Factoriser.)
2. Vérifier pour $n = 5$ et $n = 10$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

On considère un nombre de trois chiffres $N = \overline{abc} = 100a + 10b + c$.

1. Montrer que $N = 99a + 9b + (a + b + c)$.
2. En déduire le critère de divisibilité par 3 et par 9.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

1. Combien de diviseurs communs possèdent 84 et 126 ? Les écrire.
2. Quel lien y a-t-il entre ces diviseurs communs et le PGDC ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Une année est bissextile si elle est divisible par 4, sauf les années divisibles par 100 qui ne le sont que si elles sont aussi divisibles par 400.

1. Les années 1900, 2000, 2024 et 2100 sont-elles bissextiles ?
2. Combien y a-t-il d'années bissextiles de 1901 à 2100 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

1. Calculer le reste de la division de 2^{10} par 7.
2. Calculer les restes de 2^1, 2^2, 2^3, 2^4 par 7. Que remarque-t-on ?
3. En déduire le reste de 2^{100} par 7.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Un chef scout veut répartir ses scouts. S'il fait des groupes de 3, de 4 ou de 5, il reste toujours un scout seul. Il y a entre 100 et 150 scouts.

Combien y a-t-il de scouts ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

1. Lister les diviseurs de 36. Combien y en a-t-il ?
2. Lister les diviseurs de 40. Combien y en a-t-il ?
3. Pourquoi 36 a-t-il un nombre impair de diviseurs ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

On considère tous les nombres de deux chiffres $\overline{ab}$ et le nombre $\overline{ba}$ obtenu en inversant les chiffres.

1. Calculer $\overline{ab} + \overline{ba}$ pour $\overline{ab} = 47$ et $\overline{ab} = 82$. Par quel nombre ces sommes sont-elles divisibles ?
2. Démontrer cette propriété.
3. Montrer que $\overline{ab} - \overline{ba}$ est toujours divisible par 9.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Nombres premiers et décomposition

Exercice 1

En utilisant le test de primalité jusqu'à $\sqrt{n}$, déterminer si chacun des nombres suivants est **premier** ou **composé** (dans ce dernier cas, donner sa décomposition en facteurs premiers) :

1. 137
2. 161
3. 221
4. 257

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Décomposer les nombres suivants en **produits de facteurs premiers**, en écrivant le résultat sous forme de puissances :

1. 360
2. 1260
3. 2025
4. 3920

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

À l'aide des décompositions en facteurs premiers :

1. Simplifier au maximum la fraction $\dfrac{840}{1260}$.
2. Calculer exactement $\sqrt{1764}$ et $\sqrt{12\,960\,000}$ sans calculatrice.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Pour connaître le nombre total de diviseurs d'un entier $n = p_1^{a_1} \cdot p_2^{a_2} \cdots p_k^{a_k}$, on utilise la formule $(a_1 + 1)(a_2 + 1) \cdots (a_k + 1)$.

1. Décomposer 360 et 700 en facteurs premiers et calculer combien de diviseurs possède chacun d'eux.
2. Trouver le **plus petit** entier naturel possédant exactement 12 **diviseurs**.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

On donne l'entier $A = 540$.

1. Décomposer A en facteurs premiers.
2. Quel est le plus petit entier naturel non nul k tel que $A \times k$ soit un **carré parfait** ? Calculer alors $\sqrt{A \times k}$.
3. Quel est le plus petit entier naturel non nul m tel que $A \times m$ soit un **cube parfait** ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Deux nombres entiers sont dits **premiers entre eux** lorsque leur seul diviseur commun est 1 (PGDC = 1).

1. Les couples suivants sont-ils constitués de nombres premiers entre eux ? Justifier grâce aux facteurs premiers.
   a) $(14; 15)$ b) $(21; 40)$ c) $(26; 65)$ d) $(27; 32)$
2. Peut-on trouver deux nombres **composés** qui soient premiers entre eux ? Deux nombres **pairs** peuvent-ils être premiers entre eux ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

La conjecture de Goldbach énonce que tout nombre entier pair strictement supérieur à 2 peut s'écrire comme la somme de **deux nombres premiers**.

1. Écrire 34 et 50 de **toutes les façons possibles** (à l'ordre des termes près) comme somme de deux nombres premiers.
2. Trouver au moins trois écritures différentes de ce type pour 98.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

On appelle **nombres premiers jumeaux** deux nombres premiers qui ne diffèrent que de 2 (comme 11 et 13).

1. Dresser la liste de tous les nombres premiers compris entre 40 et 90.
2. Relever toutes les paires de nombres premiers jumeaux contenues dans cette liste.
3. Quel est le plus grand écart entre deux nombres premiers consécutifs de cette liste ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

1. Un cadenas à code secret est verrouillé par le produit de 4 nombres premiers **impairs et distincts** qui vaut exactement 2145. Quels sont ces 4 nombres premiers ?
2. Décomposer 1001 en facteurs premiers, puis en déduire astucieusement la décomposition en facteurs premiers de 4004 et de 12 012.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Dire si chaque affirmation suivante est **vraie** ou **fausse**, en donnant une justification ou un contre-exemple :

1. « Tout nombre premier supérieur à 2 est impair. »
2. « La somme de deux nombres premiers quelconques est toujours paire. »
3. « Si n est premier, alors $2n + 1$ est toujours premier. »
4. « L'expression $n^2 + n + 41$ donne un nombre premier pour tout entier $n \geq 0$. » *(Tester pour* $n = 0, 1, 2$ *puis* $n = 40$ *et* $n = 41$*.)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Décide si 97 est premier en limitant le nombre de divisions à tester.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Réfute l'affirmation « 91 est premier » à l'aide d'une égalité.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Décompose 240 en facteurs premiers.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Liste les nombres premiers compris entre 37 et 57, bornes incluses.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Donne un composé impair dont le plus petit facteur premier est 7.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Combien de diviseurs positifs possède 196 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Quel est le plus petit entier par lequel multiplier 14 pour obtenir un carré parfait ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Trouve deux nombres premiers dont le produit est 679.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Parmi 7, 49 et 15, quels nombres sont premiers ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Une étiquette indique que 240 a exactement deux facteurs premiers distincts. Contrôle l'étiquette.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Parmi les nombres 143, 149, 157, 169 et 173, lesquels sont premiers ? Justifier.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Décomposer en produit de facteurs premiers :

1. 1 350
2. 2 250
3. 6 300

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

On donne $N = 1\,350 = 2 \times 3^3 \times 5^2$.

1. Combien N a-t-il de diviseurs ?
2. Trouver le plus petit entier k tel que $N \times k$ soit un carré parfait.
3. Trouver le plus petit entier m tel que $N \times m$ soit un cube parfait.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

1. Simplifier $\frac{1\,350}{2\,250}$ à l'aide des décompositions en facteurs premiers.
2. Les nombres 35 et 64 sont-ils premiers entre eux ? Et 91 et 65 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

1. Trouver toutes les paires de nombres premiers jumeaux (écart de 2) comprises entre 100 et 150.
2. Pourquoi, à part $(3;5)$, le nombre situé entre deux jumeaux est-il toujours un multiple de 6 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Écrire 100 comme somme de deux nombres premiers, de toutes les façons possibles (sans tenir compte de l'ordre).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Un rectangle a une aire de 210 cm^2 et des côtés de longueur entière (en cm).

1. Décomposer 210 en facteurs premiers.
2. Combien de rectangles différents (sans tenir compte de l'orientation) sont possibles ?
3. Lequel a le plus petit périmètre ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

1. Montrer que $1\,001 = 7 \times 11 \times 13$.
2. En déduire que pour tout nombre $\overline{abc}$ de trois chiffres, le nombre $\overline{abcabc}$ est divisible par 7, 11 et 13.
3. Vérifier avec $\overline{abc} = 254$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Un nombre N a exactement 3 diviseurs.

1. Donner trois exemples de tels nombres.
2. Montrer que N est forcément le carré d'un nombre premier.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

On donne $a = 2^3 \times 3 \times 5^2$ et $b = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7$.

1. Sans calculer a et b, déterminer leur PGDC et leur PPMC.
2. Calculer a, b, PGDC et PPMC, puis vérifier que PGDC $\times$ PPMC $= a \times b$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

PPMC et PGDC et problèmes

Exercice 1

1. Décomposer 180 et 252 en produits de facteurs premiers, puis en déduire PGDC$(180;252)$ et PPMC$(180;252)$.
2. Vérifier numériquement sur cet exemple l'identité remarquable :

$$\text{PGDC}(a;b) \times \text{PPMC}(a;b) = a \times b$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

1. Utiliser l'**algorithme d'Euclide** (divisions euclidiennes successives) pour déterminer PGDC$(1071\,;462)$.
2. En utilisant la relation PGDC$(a\,;b)\times$ PPMC$(a\,;b)=a\times b$, en déduire PPMC$(1071\,;462)$.
3. Simplifier la fraction $\dfrac{462}{1071}$ en la rendant irréductible.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Calculer le PGDC et le PPMC des **trois** nombres suivants :

1. 48, 72 et 120
2. 84, 126 et 210

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Un chocolatier dispose de 360 chocolats noirs, 270 chocolats au lait et 180 pralinés. Il souhaite préparer le **plus grand nombre possible** de coffrets tous identiques en utilisant **toutes** les friandises sans aucun reste.

1. Combien de coffrets pourra-t-il confectionner au maximum ?
2. Quelle sera la composition exacte de chaque coffret ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

À la gare routière, trois lignes de bus quittent le terminus simultanément à 07 h 00 :

- la ligne A part toutes les 12 minutes ;
- la ligne B part toutes les 15 minutes ;
- la ligne C part toutes les 20 minutes.

1. Au bout de combien de minutes les trois lignes partiront-elles à nouveau ensemble pour la première fois ? À quelle heure précise ?
2. Combien de fois les trois lignes partent-elles simultanément entre 07 h 00 (inclus) et 12 h 00 (inclus) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

On dispose de briques parallélépipédiques identiques mesurant 24 cm de long, 18 cm de large et 15 cm de haut. On souhaite les empiler toutes dans la même orientation pour construire le **plus petit cube plein** possible.

1. Quelle sera la longueur de l'arête de ce cube ?
2. Combien de briques faudra-t-il au total pour bâtir ce cube ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

On veut border un parc rectangulaire de 84 m sur 60 m avec des arbres plantés à distance régulière entière (en mètres), **la plus grande possible**, en plaçant obligatoirement un arbre à chacun des quatre sommets du rectangle.

1. Quelle distance sépare deux arbres consécutifs ?
2. Combien d'arbres faut-il planter au total sur tout le périmètre ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Trois roues dentées engrènent successivement : la roue A possède 24 dents, la roue B en possède 36, et la roue C en possède 40. On fait une marque en face de leur point de contact initial et on met le mécanisme en marche.

1. Au bout de combien de dents passées au point de contact les trois marques retrouveront-elles **toutes ensemble** leur position initiale ?
2. Combien de tours complets aura alors effectué chacune des trois roues ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Deux nombres entiers naturels non nuls a et b ($a < b$) vérifient les conditions suivantes :

- $\text{PGDC}(a; b) = 15$
- $a + b = 105$

1. Écrire $a = 15a'$ et $b = 15b'$ avec a' et b' premiers entre eux, puis exprimer $a' + b'$.
2. Trouver **tous les couples** $(a; b)$ répondant au problème.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Lors d'une expérience de chimie, on doit verser exactement 1,8 L d'eau dans un grand bécher, mais on souhaite préparer plusieurs séries d'échantillons identiques :

- le premier groupe utilise des éprouvettes graduées de 42 mL ;
- le second utilise des éprouvettes de 70 mL ;
- le troisième utilise des éprouvettes de 105 mL.

On veut choisir un **même volume total minimal** V (en mL) qui puisse être rempli exactement un nombre entier de fois par chacun des trois types d'éprouvettes.

1. Calculer ce volume minimal $V = \text{PPMC}(42; 70; 105)$.
2. Quel multiple de V permet de s'approcher au plus près (par excès ou par défaut) de 1,8 L = 1800 mL ? Combien d'éprouvettes de chaque sorte cela représente-t-il pour ce volume ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Deux signaux se déclenchent ensemble à midi. Ils se répètent toutes les 16 et 24 minutes. Après combien de minutes coïncident-ils à nouveau ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Répartis 16 ciseaux et 24 tubes de colle en un maximum de trousses identiques, sans reste. Décris une trousse.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Détermine le PGDC de 45 et 20 par divisions euclidiennes.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Écris le plus petit nombre positif divisible par 45 et 20.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Une planche mesure 16 dm sur 24 dm. Quelle est la plus grande longueur de côté d'un carreau carré entier qui pave la planche avec une grille parallèle aux bords ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Trouve deux entiers distincts dont le PGDC est 8 et le PPMC est 280.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Le PGDC de deux nombres est 8. Leur PPMC vaut 616. Un des nombres vaut 56. Quel est l'autre ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Trois voyants clignotent toutes les 16, 24 et 10 secondes. Ils viennent de clignoter ensemble. Quel est le délai jusqu'à la prochaine coïncidence ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Trouve le plus grand multiple de 8 strictement inférieur à 45, puis donne l'écart qui le sépare de 45.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Deux entiers positifs ont un PPMC égal à 24. Le premier vaut 24. Quelle condition le second doit-il satisfaire ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

1. Décomposer 126 et 180 en produits de facteurs premiers.
2. En déduire PGDC$(126;180)$ et PPMC$(126;180)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Calculer PGDC$(1\,071;1\,029)$ par l'algorithme d'Euclide, puis simplifier $\frac{1\,029}{1\,071}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

1. Calculer PPMC$(6;10;15)$ et PGDC$(6;10;15)$.
2. Les trois nombres sont-ils premiers entre eux deux à deux ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Pour un concours, on prépare des sachets identiques avec 84 stylos, 126 cahiers et 210 autocollants, en utilisant tout le matériel.

1. Combien de sachets au maximum peut-on préparer ?
2. Quelle est la composition d'un sachet ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Jupiter fait le tour du Soleil en environ 12 ans et Saturne en environ 30 ans. Elles sont alignées avec le Soleil en 2020.

1. En quelle année seront-elles à nouveau dans la même position (approximativement) ?
2. Combien de tours chaque planète aura-t-elle effectués ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Calculer en utilisant le plus petit dénominateur commun :

$$A = \frac{7}{12} + \frac{5}{18} - \frac{3}{8}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

On veut former le plus petit carré possible en juxtaposant des carreaux rectangulaires de 18 cm $\times$ 30 cm, tous posés dans le même sens.

1. Quel est le côté du carré ?
2. Combien de carreaux faut-il ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Un menuisier découpe une plaque de 3,6 m sur 2,4 m en carrés identiques les plus grands possibles, sans perte.

1. Quel est le côté des carrés ?
2. Combien obtient-il de carrés ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Trouver tous les couples d'entiers $(a ; b)$ avec $a < b$ tels que $\text{PGDC}(a ; b) = 6$ et $\text{PPMC}(a ; b) = 180$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Trois roues dentées A (12 dents), B (18 dents) et C (20 dents) s'engrènent l'une après l'autre. On marque une dent de chaque roue au départ.

1. Après combien de dents engrenées les trois marques reviennent-elles ensemble à leur position initiale ?
2. Combien de tours chaque roue a-t-elle effectués ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Nombres relatifs (calculs et problèmes)

Exercice 1

Calculer les sommes algébriques suivantes en simplifiant d'abord les écritures :

1. $A = (-17) + (+24) - (-13) + (-9) - (+15)$
2. $B = 12 - (-8 + 19) + (-14 - 6)$

3. $C = -[-25 + (11 - 18)] - (34 - 41)$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Calculer les produits et quotients suivants :

1. $A = (-4) \times (+7) \times (-5) \times (-2)$
2. $B = \dfrac{(-36) \times (-5)}{(-12) \times 3}$
3. $C = (-1)^{2025} \times (-2)^4 \times (-3)^3$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

On donne $a = -3$, $b = 5$ et $c = -2$. Calculer avec soin les expressions suivantes :

1. $E_1 = a \cdot b - c$
2. $E_2 = a^2 - b \cdot c^2$
3. $E_3 = \dfrac{2a - 3b}{c - a}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Sur une droite graduée d'origine $O(0)$, on place les points $A(-7{,}4)$, $B(+3{,}8)$ et $C(-12{,}6)$.

1. Calculer les distances AB, AC et BC.
2. Calculer l'abscisse du point M, **milieu** du segment $[AB]$.
3. Quelles sont les deux abscisses possibles d'un point D situé à exactement 5,5 unités du point A ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Dans un repère orthonormé du plan, on place les trois sommets d'un triangle : $A(-4; -2)$, $B(6; -2)$ et $C(1; 5)$.

1. Justifier que le côté $[AB]$ est parallèle à l'axe des abscisses et calculer sa longueur AB.
2. Déterminer la longueur de la hauteur h issue de C sur (AB), puis calculer l'aire du triangle ABC.
3. Donner les coordonnées des points A', B', C', symétriques de A, B, C par rapport à l'origine $O(0; 0)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Durant une semaine d'hiver à La Brévine, on a relevé chaque matin à 7 h les températures suivantes (en °C) :

- Lundi : -14°C ; Mardi : -18°C ; Mercredi : -9°C ; Jeudi : $+2$°C ; Vendredi : -5°C ; Samedi : -11°C ; Dimanche : -1°C.

1. Quelle est l'**amplitude thermique** (écart entre la température maximale et minimale) relevée durant cette semaine ?
2. Calculer la **température moyenne** matinale sur les 7 jours.
3. Si l'on sait qu'en montant en altitude la température baisse de 0,65°C tous les 100 m, quelle température faisait-il le lundi matin au sommet voisin situé 600 m plus haut ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Un sous-marin d'exploration part d'une altitude de 0 m (surface). Il plonge d'abord à -340 m, remonte de 125 m pour contourner un récif, puis redescend trois fois de suite par paliers de -180 m chacun.

1. Écrire en une seule expression algébrique la profondeur finale du sous-marin et la calculer.
2. Un drone aérien survole exactement la zone à $+420$ m d'altitude au-dessus du niveau de la mer. Quelle distance verticale sépare le drone du sous-marin ?
3. Pour remonter à la surface depuis sa profondeur finale en exactement 15 minutes, quelle variation d'altitude par minute le sous-marin doit-il adopter ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Compléter le **carré magique** ci-dessous de sorte que la somme de chaque ligne, chaque colonne et chaque diagonale soit égale :

2	?	0
?	-1	?
-2	?	?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Au début du mois de mars, le compte bancaire d'une association affiche un solde de $+420$ CHF. Voici les opérations enregistrées durant le mois :

- Paiement du loyer : -680 CHF
- Cotisations reçues : $+315$ CHF
- Achat de matériel (4 factures identiques) : $4 \times (-125$ CHF$)$
- Remboursement d'un acompte : $+90$ CHF

1. Quel est le solde du compte après ces opérations ? (Est-il créditeur ou à découvert ?)
2. Une subvention communale est versée fin mars et permet de ramener le solde à exactement $+250$ CHF. Quel est le montant de cette subvention ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

1. Quel est le signe d'un produit de 25 nombres non nuls dont exactement 14 sont positifs ? Justifier.
2. Quel est le signe d'un produit de 100 facteurs non nuls comportant trois fois plus de facteurs négatifs que de facteurs positifs ?
3. Trouver deux entiers relatifs non nuls x et y tels que leur produit vaut -36 et leur somme vaut -5.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

À l'aube le thermomètre indique -10 °C. Il monte de 22 °C puis perd 7 °C. Quelle est la température finale ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Un plongeur remonte de 10 m et se retrouve à -7 m par rapport à la surface. Quelle était sa position initiale ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Classe dans l'ordre croissant -10, 10, -7, 0 et 7.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Quelle est la distance entre -10 et 22 sur une droite graduée ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Calcule $(-10) \times (-7) - 22$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Calcule $(-70) \div 7 + (-22)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Trouve le nombre manquant dans $\square - (-7) = -22$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Sur un axe, le milieu de deux points est -10. L'un des points est à 7. Où est l'autre ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Quel est l'opposé de la somme $-10 + 7 - 22$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Compare -10×7 et $-10 \times (-7)$. Indique aussi leur écart.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Calculer :

1. $A = -12 + 7 - (-5) - 9 + 3$
2. $B = -3{,}5 - (+2{,}25) + (-1{,}25)$
3. $C = 4 - [-2 - (3 - 8)]$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Calculer :

1. $(-2)^5$
2. $(-1)^{2026}$
3. $(-3)^2 \times (-2)^3$

4. $-2^4 + (-2)^4$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

On donne $a = -2$, $b = 3$ et $c = -4$. Calculer :

1. $a^2 - bc$
2. $(a - b)(b - c)$
3. $\frac{a}{c} + b$
4. $-a^2 + c^2$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Résoudre dans l'ensemble des nombres relatifs :

1. $x + 7 = -3$
2. $-4x = 28$
3. $3x - 5 = -17$
4. $-2x + 9 = 15$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Températures relevées chaque matin pendant une semaine (en °C) : -5 ; -8 ; -2 ; 3 ; 1 ; -4 ; -6.

1. Calculer la température moyenne.
2. Calculer l'étendue.
3. Combien de jours la température a-t-elle été en dessous de la moyenne ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Dans un repère orthonormé, on donne $A(-3; -2)$ et $B(5; 4)$.

1. Calculer les coordonnées du milieu M de $[AB]$.
2. Calculer la longueur AB.
3. Donner les coordonnées du symétrique de A par rapport à B.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

La moyenne de cinq nombres relatifs vaut -2. Quatre d'entre eux sont -5, 3, -1 et 0.

Quel est le cinquième nombre ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

On considère le produit $P(x) = (x - 3)(x + 2)$.

1. Calculer $P(-5)$, $P(0)$ et $P(4)$.
2. Pour quelles valeurs de x ce produit est-il nul ?
3. Pour quelles valeurs de x est-il négatif ? (Raisonner sur le signe de chaque facteur.)

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Trouver deux nombres entiers relatifs dont :

1. la somme vaut -3 et le produit -40 ;
2. la somme vaut -11 et le produit 24 ;
3. la différence vaut 10 et le produit -25.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Dans un immeuble, les étages sont numérotés de -3 (troisième sous-sol) à $+12$, le rez-de-chaussée portant le numéro 0. Un ascenseur part du niveau -3, monte au 8e, redescend au -1, puis monte au 5e.

1. Combien d'étages a-t-il parcourus en tout ?
2. L'ascenseur met 3 secondes par étage. Quelle est la durée totale des déplacements ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Fractions et nombres rationnels (calculs et problèmes)

Exercice 1

1. Ranger les nombres rationnels suivants dans l'**ordre croissant** :

$$-\frac{5}{6} \quad ; \quad \frac{7}{12} \quad ; \quad -\frac{7}{8} \quad ; \quad 0{,}6 \quad ; \quad -0{,}85$$

2. Trouver une fraction de dénominateur 42 comprise strictement entre $\dfrac{3}{7}$ et $\dfrac{4}{7}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Calculer et donner chaque résultat sous forme de **fraction irréductible** :

1. $A = \dfrac{5}{12} - \dfrac{7}{18} + \dfrac{1}{4}$
2. $B = -\dfrac{7}{15} - \left(-\dfrac{3}{10}\right) + \dfrac{5}{6}$
3. $C = 2 - \dfrac{5}{8} - \dfrac{7}{12}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Calculer les produits et quotients suivants en simplifiant **avant** d'effectuer les grands produits, et donner le résultat sous forme irréductible :

1. $A = \left(-\dfrac{15}{28}\right) \times \dfrac{35}{27} \times \left(-\dfrac{9}{10}\right)$
2. $B = \left(-\dfrac{14}{25}\right) \div \left(\dfrac{21}{-15}\right)$
3. $C = \dfrac{8}{15} \div \left(-\dfrac{4}{9}\right) \times \dfrac{5}{6}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Simplifier les **fractions à étages** suivantes jusqu'à obtenir une fraction irréductible :

1. $A = \dfrac{\dfrac{3}{4} + \dfrac{5}{6}}{\dfrac{5}{3} - \dfrac{1}{2}}$
2. $B = \dfrac{2 - \dfrac{3}{5}}{\dfrac{1}{5} + 1}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Écrire chacun des nombres suivants sous forme d'une **fraction irréductible** (en détaillant la méthode pour les nombres périodiques) :

1. 0,375
2. $0,\overline{36} = 0,363636\ldots$
3. $1,2\overline{6} = 1,26666\ldots$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Une citerne d'eau de pluie est remplie aux $\dfrac{4}{5}$ de sa capacité totale C. Durant une semaine, on utilise les $\dfrac{3}{8}$ de l'eau **disponible dans la citerne**, puis on prélève encore 45 L. La citerne se retrouve alors exactement au tiers ($\dfrac{1}{3}$) de sa capacité totale C.

1. Quelle fraction de la capacité totale C reste-t-il juste après le premier prélèvement (avant d'enlever les 45 L) ?
2. À quelle fraction de C correspondent les 45 L ? En déduire la capacité totale C de la citerne.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Un bassin peut être rempli par deux robinets fonctionnant ensemble :

- ouvert seul, le robinet A remplit le bassin en 6 heures ;
- ouvert seul, le robinet B remplit le même bassin en 10 heures.

1. Quelle fraction du bassin remplit chacun des robinets en 1 heure ?
2. Quelle fraction du bassin remplissent-ils **ensemble** en 1 heure ?
3. Combien de temps (en heures et minutes) faut-il pour remplir complètement le bassin si les deux robinets sont ouverts simultanément ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

On pose $x = -\dfrac{2}{3}$ et $y = \dfrac{3}{4}$. Calculer les expressions suivantes sous forme de fractions irréductibles :

1. $P = x + y$
2. $Q = x^2 - y^2$
3. $R = \dfrac{x - y}{x \cdot y}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

La largeur ℓ d'un terrain rectangulaire mesure les $\dfrac{3}{5}$ de sa longueur L. Le périmètre de ce terrain est de 112 m.

1. Exprimer le périmètre du rectangle sous forme d'une fraction de sa longueur L.
2. Calculer la longueur L et la largeur ℓ du terrain.
3. On décide d'aménager une pelouse sur les $\dfrac{5}{7}$ de la surface du terrain. Quelle aire (en m^2) occupera la pelouse ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Lors d'un triathlon, les concurrents parcourent $\dfrac{1}{26}$ de la distance totale à la nage, puis $\dfrac{10}{13}$ à vélo, et le reste en courant à pied.

1. Quelle fraction de la distance totale est parcourue en course à pied ?
2. La partie à pied mesure exactement 10 km. Quelle est la distance totale du triathlon, ainsi que la distance de chacune des deux autres épreuves ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Additionne $\frac{2}{5}$ et $\frac{1}{2}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Un bac est rempli aux $\frac{2}{5}$. On retire $\frac{1}{6}$ de sa capacité. Quelle fraction de la capacité reste remplie ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Calcule $\frac{2}{5}$ fois $\frac{1}{2}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Une corde de $\frac{2}{5}$ m est découpée en morceaux de $\frac{2}{25}$ m. Combien de morceaux entiers obtient-on ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Compare $\frac{2}{5}$ et $\frac{1}{2}$ sans passer par des décimales.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Trouve une fraction strictement comprise entre $\frac{2}{5}$ et $\frac{1}{2}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Une classe a 30 élèves. Les $\frac{2}{5}$ viennent à pied. Parmi ceux qui viennent à pied, un tiers apporte un parapluie. Combien sont-ils ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Convertis $\frac{9}{20}$ en écriture décimale.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Un robinet remplit les trois quarts d'un bac par heure. Combien de temps lui faut-il pour remplir un demi-bac ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Calcule la différence entre un tiers et deux neuvièmes du même nombre si ce nombre vaut 72.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Ranger dans l'ordre croissant :

$$-\frac{3}{4}\ ;\ \frac{2}{3}\ ;\ -\frac{5}{6}\ ;\ \frac{1}{2}\ ;\ -\frac{1}{3}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Calculer et donner le résultat sous forme irréductible :

1. $A = -\frac{5}{6} + \frac{3}{4}$
2. $B = \frac{2}{3} - \left(-\frac{1}{4}\right)$
3. $C = -\frac{7}{10} - \frac{2}{15}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Calculer et simplifier :

1. $A = -\frac{3}{4} \times \frac{8}{9}$
2. $B = -\frac{5}{6} \div \left(-\frac{10}{9}\right)$
3. $C = \left(-\frac{2}{3}\right)^3$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Simplifier les fractions à étages :

1. $A = \dfrac{1 - \frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{2}}$
2. $B = \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Écrire sous forme de fraction irréductible :

1. $x = 0{,}454545\ldots$
2. $y = 1{,}2333\ldots$ (le 3 se répète)

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Un héritage est partagé ainsi : le premier enfant reçoit $\frac{1}{3}$, le deuxième $\frac{1}{4}$, et le troisième reçoit le reste, soit 25 000 CHF.

1. Quelle fraction de l'héritage reçoit le troisième enfant ?
2. Calculer le montant total de l'héritage et la part de chacun.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Ana peint un mur en 4 heures ; Ben peint le même mur en 6 heures.

1. Quelle fraction du mur chacun peint-il en une heure ?
2. En combien de temps peignent-ils le mur ensemble ? (Donner le résultat en heures et minutes.)

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Un cycliste fait un aller de 60 km à 30 km/h et revient sur le même trajet à 20 km/h.

1. Calculer la durée de l'aller, du retour et du trajet total.
2. Calculer sa vitesse moyenne sur l'aller-retour.
3. Pourquoi n'est-elle pas égale à 25 km/h ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Les Égyptiens écrivaient les fractions comme sommes de fractions unitaires différentes (de numérateur 1).

1. Vérifier que $\frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ et $\frac{5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$.
2. Écrire $\frac{7}{12}$ comme somme de deux fractions unitaires différentes.
3. Écrire $\frac{2}{7}$ comme somme de deux fractions unitaires (indice : commencer par $\frac{1}{4}$).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Dans une classe de 24 élèves, les $\frac{2}{3}$ prennent le bus. Parmi eux, les $\frac{3}{8}$ viennent de la ville voisine.

1. Quelle fraction de la classe vient en bus de la ville voisine ?
2. Combien d'élèves cela représente-t-il ?
3. Quelle fraction de la classe ne prend pas le bus ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Priorité des opérations

Exercice 1

Calculer les expressions suivantes en respectant strictement la priorité des opérations (parenthèses et crochets emboîtés) :

1. $A = 50 - 2 \times [18 - (14 - 9) \times 3]$
2. $B = (-3) \times [15 - 2 \times (4 - 11)] + 8 \div (-4)$
3. $C = 100 - [36 \div (2 - 5) - (-7) \times 3]$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Calculer en faisant très attention à la priorité des exposants et au rôle des parenthèses :

1. $A = -3^2 + (-3)^2 - 2 \times (-4)^2$
2. $B = 5 \times (-2)^3 - 3 \times (-1)^{10} + 4^2 \div 2^3$
3. $C = (-5)^2 - [2^4 - (-3)^3]$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Calculer les expressions rationnelles suivantes en respectant les priorités opératoires et en donnant le résultat sous forme de fraction irréductible :

1. $A = \dfrac{3}{4} - \dfrac{2}{3} \times \left(\dfrac{5}{2} - \dfrac{1}{4}\right)$
2. $B = \left(\dfrac{1}{3} - \dfrac{5}{6}\right) \div \left(\dfrac{3}{4} + \dfrac{1}{2}\right)$
3. $C = \dfrac{2}{5} + \dfrac{3}{5} \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 - \dfrac{1}{4} \div \dfrac{5}{3}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Une grande barre de fraction joue le rôle de parenthèses autour du numérateur et autour du dénominateur. Calculer :

1. $A = \dfrac{12 - 3 \times (-4)}{(-2)^2 - 10}$
2. $B = \dfrac{5^2 - 4 \times (7 - 2)}{2 \times (-3) + (-3)^2} - \dfrac{18}{2 - 5}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Un radical $\sqrt{\ldots}$ regroupe tout ce qu'il contient (comme des parenthèses). Calculer exactement :

1. $A = \sqrt{16 + 9} - \sqrt{16} - \sqrt{9}$ *(et commenter le résultat)*
2. $B = 3 \times \sqrt{2^4 + 3^2} - (-5)^2$
3. $C = \dfrac{\sqrt{100 - 36}}{2^3 - \sqrt{4}}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

On donne la suite d'opérations : $36 \div 6 - 3 \times 2 + 4$.

1. Calculer cette expression telle quelle en respectant la priorité des opérations.
2. En ajoutant judicieusement des parenthèses (sans changer l'ordre des nombres ni des signes), comment obtenir :
   a) 28 b) 18 c) -12

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Voici trois copies d'élèves contenant chacune **au moins une erreur** de priorité ou de signe. Identifier l'erreur dans chaque cas et donner le calcul correct :

1. **Copie de Léa :** $5 + 3 \times 4 = 8 \times 4 = 32$
2. **Copie de Tom :** $-5^2 + 10 = 25 + 10 = 35$
3. **Copie de Sam :** $24 \div 4 \times 2 = 24 \div 8 = 3$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

On donne le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre x ;
- Le multiplier par -3 ;
- Ajouter 7 au résultat ;
- Élever le tout au carré ;
- Soustraire 4.

1. Écrire **en une seule expression** (sans développer) le résultat $R(x)$ obtenu à partir de x.
2. Calculer $R(2)$, $R(-1)$ et $R\left(\frac{1}{3}\right)$ en respectant les priorités opératoires.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Calculer les expressions suivantes mêlant écritures décimales, fractions et puissances :

1. $A = 0{,}25 \times (-8) + \frac{3}{5} \div (-0{,}3) - (-1)^7$
2. $B = \left(1{,}5 - \frac{3}{4}\right)^2 \times 16 - 2{,}5 \div \frac{5}{8}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Calculer l'expression de synthèse suivante étape par étape :

$$M = \frac{(-2)^3 \times (5-8) - \sqrt{81}}{\left(\frac{1}{2} - \frac{5}{6}\right) \times 15} + (3^2 - 2^3)^{10}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Calcule $8 + 4 \times 5$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Calcule $(8 + 4) \times 5$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Calcule $32 \div 4 \times 5$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Calcule $64 - 4^2 + 5$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Dans $8 + 4 \times 5 - 4$, ajoute une seule paire de parenthèses pour obtenir 56.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Compare $(-4)^2$ et -4^2.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Calcule $48 \div [(5 + 4) - (4 - 1)]$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Calcule $8 - (2 + 4)^2 \div 6$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Un calculateur donne 16 pour $(8 + 4) \times 2$. Explique l'erreur et corrige.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Calcule $\frac{8\times4+8}{4+1}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Calculer en respectant les priorités :

1. $A = 5 - 3 \times (2 - 7)^2 \div 15$
2. $B = (-2)^4 - 2^4 + (-2)^3$
3. $C = [3 - (4 - 6) \times 2]^2 \div 7$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Calculer et donner le résultat sous forme irréductible :

$$D = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \times \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\right) \div \frac{2}{3}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Un radical $\sqrt{\ldots}$ agit comme une parenthèse. Calculer :

1. $E = \sqrt{9+16} - \sqrt{9} - \sqrt{16}$
2. $F = \sqrt{2 \times 8} + 3^2$
3. $G = \sqrt{100 - 6 \times 6} \times 2$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Calculer :

1. $H = 0{,}5^2 \times 4 - 1{,}2 \div 0{,}4$
2. $K = \frac{2^3 - 3^2}{(-1)^3 + 2}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Traduire chaque phrase par une expression, puis calculer :

1. Le carré de la somme de -3 et 5, divisé par la différence entre 10 et 6.
2. La somme du carré de -3 et du carré de 5.
3. Le produit de -4 par l'opposé de la somme de 2 et -7.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre x.
- Le multiplier par -2, puis ajouter 6.
- Élever le résultat au carré.
- Soustraire $4x^2$.

1. Appliquer le programme à $x = 1$ et à $x = -2$.
2. Écrire le résultat en fonction de x et le simplifier.
3. Quel nombre faut-il choisir pour obtenir 0 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Placer les signes $+$, $-$, $\times$ ou $\div$ entre les nombres pour que chaque égalité soit vraie (sans parenthèses, en respectant les priorités) :

1. $6 \square 3 \square 2 = 4$
2. $6 \square 3 \square 2 = 5$
3. $6 \square 3 \square 2 = 7$
4. $6 \square 3 \square 2 = 0$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

1. Sur une calculatrice scientifique, on tape `-3²` et on obtient -9. Pourquoi ?
2. Que faut-il taper pour obtenir 9 ?
3. Par convention, 2^{3^2} signifie $2^{(3^2)}$. Calculer 2^{3^2} et $(2^3)^2$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Calculer l'expression suivante étape par étape :

$$M = \frac{3 - 2 \times (-4)}{(-2)^2 + 7} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 8$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Ajouter une seule paire de parenthèses dans $2 + 3 \times 4^2 - 1$ pour obtenir :

1. 79
2. 47
3. 195

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Puissances et problèmes

Exercice 1

Calculer et donner le résultat sous forme d'un entier ou d'une fraction irréductible :

1. 2^{-3} 2. $(-3)^{-2}$ 3. -3^{-2} 4. $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$ 5. $(-7)^0 - 7^0$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Écrire chaque expression sous la forme d'une **seule puissance** a^n (où $n \in \mathbb{Z}$) :

1. $A = 5^7 \times 5^{-3} \times 5$
2. $B = \dfrac{3^4 \times 3^{-9}}{3^{-2}}$
3. $C = \left(2^{-3}\right)^4 \times 2^{15}$
4. $D = \dfrac{10^6 \times (10^{-2})^3}{10^{-4}}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Simplifier les expressions suivantes et donner le résultat sous forme d'une fraction ou d'un produit de puissances à exposants positifs :

1. $E = \dfrac{2^5 \times 6^3}{3^4 \times 4^2}$
2. $F = \dfrac{(2x^3y^{-2})^3}{4x^5y^{-4}}$ *(avec $x \neq 0, y \neq 0$)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Comparer les couples de nombres suivants **sans calculatrice**, en justifiant par les propriétés des puissances :

1. 2^{30} et 3^{20}
2. 4^{15} et 8^{10}
3. 5^{24} et 2^{56}

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Écrire chacune des expressions suivantes sous la forme d'une puissance unique (ou d'un produit réduit) en factorisant par la plus petite puissance :

1. $A = 2^8 + 2^8$
2. $B = 3^{10} + 3^{10} + 3^{10}$
3. $C = 2^{12} - 2^{10}$
4. Quel est la moitié de 2^{20} et le tiers de 3^{15} ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

En laboratoire, une bactérie se divise en deux toutes les 20 minutes dans des conditions idéales. Au départ ($t = 0$), la culture contient 500 bactéries.

1. Combien y aura-t-il de bactéries au bout de 2 heures ? Puis au bout de 4 heures ?
2. Exprimer le nombre de bactéries après n heures sous forme d'une expression avec une puissance de 2.
3. Au bout de combien de temps la population aura-t-elle dépassé 500 000 bactéries ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Une feuille de papier d'épaisseur $e_0 = 0{,}1$ mm est pliée en deux de façon répétée (en supposant le pliage mathématiquement possible sans limite). À chaque pli, l'épaisseur totale double.

1. Quelle est l'épaisseur obtenue après 10 pliages (en cm) ?
2. Après combien de pliages l'épaisseur dépasse-t-elle la hauteur de la tour Eiffel (330 m) ?
3. Combien de pliages suffiraient théoriquement pour atteindre la distance Terre–Lune (384 400 km) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

En informatique, un octet vaut 8 bits (2^3 bits) et on utilise parfois les préfixes binaires basés sur $2^{10} = 1024$:

- 1 Kio $= 2^{10}$ octets $= 1024$ octets
- 1 Mio $= 2^{20}$ octets
- 1 Gio $= 2^{30}$ octets

1. Combien de **bits** contient 1 Gio ? Écrire la réponse sous forme d'une puissance de 2, puis calculer sa valeur exacte à l'aide de $2^{10} = 1024$.
2. Un disque dur vendu comme faisant « 1 To » (10^{12} octets) est affiché par le système en Gio. Quelle valeur approchée en Gio (à l'unité près) l'ordinateur va-t-il afficher ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Résoudre les équations suivantes d'inconnue entière $x \in \mathbb{Z}$ en utilisant les propriétés des puissances :

1. $2^x = 128$
2. $3^{x-1} = \dfrac{1}{27}$
3. $5^{2x} = 625$
4. $4^x = 8^6$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

1. Calculer le chiffre des unités des premières puissances de 7 : $7^1, 7^2, 7^3, 7^4, 7^5, 7^6$. Quelle régularité observe-t-on ?
2. En déduire le **chiffre des unités** de 7^{2026}.
3. Quel est le chiffre des unités de $3^{100} + 2^{100}$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Calcule 3^3.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Réduis $3^4 \times 3^4$ à une puissance.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Réduis $4^7 \div 4^2$ à une puissance.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Écris $(3^2)^4$ sous forme d'une seule puissance.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Calcule $3^0 + 4^1$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Compare 3^2 et 4^2. Donne leur différence positive.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Une culture compte 4 cellules et son effectif double 3 fois. Quel est l'effectif final ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Écris 3^{-2} comme une fraction.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Un gros cube contient 4 petits cubes sur chaque arête. Combien contient-il de petits cubes en tout ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Une élève écrit $3^2 + 3^2 = 3^4$. Corrige le membre de droite.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Calculer et donner le résultat sous forme d'entier, de fraction ou de nombre décimal :

1. 2^{-3}
2. $(-3)^{-2}$
3. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$
4. 10^{-4}
5. $(-5)^0$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Écrire sous la forme d'une seule puissance :

1. $2^5 \times 2^{-3} \times 2^4$
2. $(3^4)^{-2} \times 3^{10}$
3. $\frac{5^7}{5^{-2}}$
4. $\frac{7^3 \times 7^{-5}}{7^{-4}}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Simplifier et calculer :

$$A = \frac{(2^3 \times 3^2)^2}{2^4 \times 3^3} \qquad B = \frac{6^4 \times 2^{-3}}{3^5}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Sans calculatrice, comparer :

1. 2^{30} et 3^{20}
2. 5^{40} et 4^{50}
3. 10^{-3} et 2^{-10}

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

La légende de l'échiquier : on place 1 grain de riz sur la première case d'un échiquier, 2 sur la deuxième, 4 sur la troisième, en doublant à chaque case.

1. Combien de grains y a-t-il sur la case 10 ? Sur la case 64 (en puissance de 2) ?
2. Montrer que le total des grains sur les n premières cases vaut $2^n - 1$ (vérifier pour $n = 1, 2, 3, 4$).
3. Un grain pèse environ 0,02 g. Sachant que $2^{64} \approx 1{,}8 \times 10^{19}$, estimer la masse totale en tonnes.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Résoudre les équations d'inconnue entière x :

1. $2^x = 64$

2. $3^{x+1} = 81$
3. $5^x = \frac{1}{25}$
4. $10^{2x} = 0{,}001 \times 10^7$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Une chaîne de messages : chaque personne qui reçoit le message l'envoie à 3 nouvelles personnes le lendemain. Le jour 0, une personne lance le message.

1. Combien de personnes reçoivent le message le jour 1 ? le jour 2 ? le jour n ?
2. Combien de nouvelles personnes le reçoivent le jour 10 ?
3. À partir de quel jour le nombre de nouveaux destinataires dépasse-t-il la population suisse (environ 9 millions) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

En informatique, 1 kibioctet (Kio) = 2^{10} octets, 1 Mio = 2^{20} octets et 1 Gio = 2^{30} octets. Un octet vaut $8 = 2^3$ bits.

1. Combien d'octets contient 1 Gio ? Comparer avec 10^9.
2. Combien de bits contient une mémoire de 256 Gio ? (Écrire comme puissance de 2.)

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

1. Calculer le chiffre des unités de 3^1, 3^2, 3^3, 3^4, 3^5.
2. En déduire le chiffre des unités de 3^{2026}.
3. Quel est le chiffre des unités de $3^{2026} + 7^{2026}$? (Le chiffre des unités de 7^n suit le cycle $7, 9, 3, 1$.)

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Les égalités suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Corriger celles qui sont fausses.

1. $2^3 + 2^3 = 2^4$
2. $3^2 \times 3^3 = 3^6$
3. $(2^3)^2 = 2^9$
4. $5^0 = 0$
5. $10^{-2} = -100$
6. $3^2 + 3^2 = 3^4$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Racines et problèmes

Exercice 1

1. Calculer les racines carrées suivantes sans calculatrice :

$$\sqrt{196} \quad ; \quad \sqrt{0{,}09} \quad ; \quad \sqrt{\frac{49}{144}} \quad ; \quad \sqrt{10^6}$$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :
   a) $x^2 = 121$ b) $x^2 = 0{,}25$ c) $x^2 = -16$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Calculer les racines cubiques suivantes sans calculatrice :

1. $\sqrt[3]{27}$
2. $\sqrt[3]{1000}$
3. $\sqrt[3]{-64}$
4. $\sqrt[3]{0{,}008}$
5. $\sqrt[3]{\dfrac{125}{8}}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

1. Encadrer chacun des nombres suivants entre **deux entiers consécutifs**, sans calculatrice :

$$\sqrt{53} \quad ; \quad \sqrt{130} \quad ; \quad \sqrt[3]{50}$$

2. En déduire lequel de $\sqrt{53}$ et $\sqrt[3]{400}$ est le plus grand (on notera que $7^3 = 343$ et $8^3 = 512$).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Simplifier les radicaux suivants sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des entiers naturels et b est le **plus petit possible** :

1. $\sqrt{72}$ 2. $\sqrt{75}$ 3. $\sqrt{180}$ 4. $\sqrt{320}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Réduire au maximum les expressions suivantes (écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ ou sous forme d'entier) :

1. $A = 3\sqrt{12} - 2\sqrt{27} + \sqrt{48}$
2. $B = 2\sqrt{50} + 3\sqrt{18} - \sqrt{98}$
3. $C = (\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2})$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Comparer les couples de nombres suivants **sans calculatrice** :

1. $5\sqrt{2}$ et $4\sqrt{3}$
2. $3\sqrt{5}$ et 7
3. $2\sqrt{7}$ et $3\sqrt{3}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

1. Un carré $ABCD$ a un côté de longueur $c = 6$ cm. Calculer la **valeur exacte** (sous la forme $a\sqrt{b}$) de sa diagonale AC, puis une valeur arrondie au millimètre.
2. Un triangle équilatéral EFG a des côtés de longueur 10 cm. Calculer la **valeur exacte** de sa hauteur h, puis en déduire la valeur exacte de son aire.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

1. Un carré a la **même aire** qu'un rectangle de dimensions 18 cm par 8 cm. Calculer le côté et le périmètre de ce carré.
2. Un autre carré a une aire de 150 cm^2. Donner la **valeur exacte** de la longueur de son côté et de son périmètre sous forme simplifiée $a\sqrt{b}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

1. Un aquarium cubique a un volume exact de 216 dm^3 (216 L). Quelle est la longueur de son arête (en cm), et quelle est son aire latérale totale (les 4 faces verticales + le fond, sans couvercle) ?
2. Un second cube a un volume 8 fois plus grand que le premier ($V_2 = 1728$ dm^3). Par quel facteur est multipliée son arête ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

On construit la **spirale de Théodore** (ou escargot de Pythagore) en partant d'un triangle rectangle isocèle OA_0A_1 dont les deux côtés de l'angle droit mesurent $OA_0 = A_0A_1 = 1$ cm. Puis à chaque étape $k \geq 1$, on construit un nouveau triangle rectangle OA_kA_{k+1} rectangle en A_k avec $A_kA_{k+1} = 1$ cm.

1. Calculer les longueurs exactes OA_1, OA_2, OA_3 et OA_4.
2. Quelle formule générale donne OA_n en fonction de n ?
3. Pour quelle première valeur de $n > 1$ retrouve-t-on une longueur OA_n égale à un nombre entier ? Quel est alors le périmètre de la ligne brisée $A_0A_1A_2 \ldots A_n$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Calcule $\sqrt{25}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Encadre $\sqrt{67}$ entre deux entiers consécutifs.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Simplifie $\sqrt{75}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Calcule $\sqrt{1600} \div \sqrt{64}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Un carré a une aire de 64 m². Quel est le coût d'une bordure à 5 CHF par mètre ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Résous $x^2 = 25$ dans les réels.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Calcule $\sqrt{(-8)^2}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Simplifie $\sqrt{125} + \sqrt{25 \times 5}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Quel entier positif faut-il ajouter à 22 pour atteindre le prochain carré parfait ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Décide si $\sqrt{26}$ est un entier.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Calculer sans calculatrice :

1. $\sqrt{169}$; $\sqrt{0{,}49}$; $\sqrt{1{,}44}$; $\sqrt{10\,000}$
2. $\sqrt[3]{125}$; $\sqrt[3]{-8}$; $\sqrt[3]{0{,}001}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Simplifier sous la forme $a\sqrt{b}$ (b le plus petit possible) :

1. $\sqrt{48}$
2. $\sqrt{98}$
3. $\sqrt{300}$
4. $\sqrt{\frac{18}{50}}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Réduire :

1. $A = 2\sqrt{12} + 3\sqrt{27} - \sqrt{75}$
2. $B = \sqrt{50} - 3\sqrt{8} + \sqrt{18}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Développer et simplifier :

1. $(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)$
2. $(2+\sqrt{5})^2$
3. $\sqrt{6}\times\sqrt{15}$
4. $(\sqrt{2}+\sqrt{8})^2$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Écrire sans racine au dénominateur :

1. $\frac{6}{\sqrt{3}}$
2. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$
3. $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Comparer sans calculatrice :

1. $3\sqrt{5}$ et $2\sqrt{11}$
2. $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ et $\sqrt{10}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

1. Calculer la diagonale d'un rectangle de 5 cm sur 12 cm.
2. Calculer la diagonale d'une face et la grande diagonale d'un cube d'arête 4 cm (valeurs exactes et arrondies au centième).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

1. $x^2 = 50$
2. $x^3 = -27$
3. $(x-1)^2 = 9$
4. $x^2 + 4 = 0$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

1. Un terrain carré a une aire de 200 m^2. Calculer son côté (valeur exacte et au centimètre).
2. On l'entoure d'une clôture à 12 CHF le mètre. Calculer le coût (au franc).
3. Un disque a une aire de 50π cm^2. Calculer son rayon exact.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Méthode de Héron pour approcher $\sqrt{10}$: on part de $x_0 = 3$ et on calcule $x_{n+1} = \frac{1}{2}\left(x_n + \frac{10}{x_n}\right)$.

1. Calculer x_1 et x_2 (fractions puis valeurs décimales à 10^{-6}).
2. Comparer avec la valeur donnée par la calculatrice.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Notation scientifique et problèmes

Exercice 1

Écrire chacun des nombres suivants en **notation scientifique** ($a \times 10^n$ avec $1 \leq a < 10$ et $n \in \mathbb{Z}$) :

1. $7\,840\,000\,000$
2. $0{,}000\,045\,6$
3. $0{,}32 \times 10^{-4}$
4. 450×10^{6}

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

1. Donner l'écriture décimale des nombres suivants :
   a) $6{,}04 \times 10^{5}$ b) $8{,}5 \times 10^{-4}$ c) $-3{,}12 \times 10^{3}$
2. Encadrer chaque nombre ci-dessus (en valeur absolue) entre **deux puissances de** 10 **consécutives**.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Ranger les cinq nombres suivants dans l'**ordre croissant** en les exprimant d'abord tous en notation scientifique :

$$A = 450 \times 10^{-6} \quad ; \quad B = 0{,}000\,49 \quad ; \quad C = 4{,}8 \times 10^{-5} \quad ; \quad D = 0{,}041 \times 10^{-2} \quad ; \quad E = 5{,}1 \times 10^{-4}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Calculer les expressions suivantes et donner chaque résultat en **notation scientifique** :

1. $P = (4 \times 10^{7}) \times (7{,}5 \times 10^{-3})$
2. $Q = \dfrac{4{,}5 \times 10^{8} \times 6 \times 10^{-3}}{9 \times 10^{2}}$
3. $R = \dfrac{(2 \times 10^{-4})^{3} \times 5 \times 10^{7}}{4 \times 10^{-8}}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Effectuer les additions et soustractions suivantes et écrire le résultat en **notation scientifique** :

1. $A = 3{,}4 \times 10^{7} + 5{,}2 \times 10^{5}$
2. $B = 6{,}1 \times 10^{-4} - 8{,}5 \times 10^{-5}$
3. $C = 9{,}7 \times 10^{6} + 4{,}5 \times 10^{5}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

La lumière se propage dans le vide à la vitesse $c = 3{,}0 \times 10^{8}$ m/s. La distance moyenne entre le Soleil et la Terre (une unité astronomique) est de $d = 1{,}5 \times 10^{11}$ m.

1. Combien de temps (en secondes, puis en minutes et secondes) met la lumière du Soleil pour parvenir jusqu'à la Terre ?
2. Calculer en mètres (puis en kilomètres), en **notation scientifique**, la distance parcourue par la lumière en une année de 365,25 jours (une **année-lumière**, notée 1 al).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

On admet que la masse d'une molécule d'eau est d'environ $m_{\text{mol}} = 3{,}0 \times 10^{-26}$ kg, et qu'une goutte d'eau a un volume de 0,05 mL (soit une masse de $5{,}0 \times 10^{-5}$ kg).

1. Combien de molécules d'eau contient une seule goutte d'eau ? Donner le résultat en notation scientifique (arrondi au centième).
2. Un verre contient 240 mL d'eau (0,24 kg). Combien de molécules d'eau contient-il ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Une population bactérienne occupe un volume de 2,5 mm^3, et chaque bactérie a un volume individuel approximatif de $2{,}0 \times 10^{-18}$ m^3.

1. Convertir le volume total 2,5 mm^3 en m^3 en notation scientifique.
2. En déduire le nombre de bactéries présentes dans cet échantillon.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

On télécharge un fichier vidéo de taille 4,8 Go ($4{,}8 \times 10^9$ octets) via une connexion dont le débit utile constant est de 60 Mo/s ($6{,}0 \times 10^7$ octets/s).

1. Calculer en secondes la durée du téléchargement grâce à la notation scientifique.
2. Si la sauvegarde se fait ensuite sur une clé USB dont le débit d'écriture est de $2{,}4 \times 10^7$ octets/s, combien de temps (en minutes et secondes) dure la copie ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

La masse du Soleil vaut environ $M_S = 1{,}989 \times 10^{30}$ kg, celle de la Terre $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg et celle d'un atome d'hydrogène $m_H = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg.

1. Combien faudrait-il environ de planètes comme la Terre pour égaler la masse du Soleil ? (Donner le résultat en notation scientifique arrondi à l'unité sur la mantisse, puis en valeur entière approchée.)
2. En supposant (pour simplifier) que le Soleil soit entièrement constitué d'atomes d'hydrogène, donner l'ordre de grandeur (en notation scientifique, à 2 chiffres significatifs) du nombre d'atomes dans le Soleil.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Écris 423000 en notation scientifique.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Écris 0,000057 en notation scientifique.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Donne l'écriture décimale de $4{,}08 \times 10^4$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Donne l'écriture décimale de $5{,}5 \times 10^{-3}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Compare $4{,}9 \times 10^{5}$ et 5×10^{4}.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Additionne 4×10^{6} et 2×10^{5}.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Divise 8×10^{8} par 2×10^{3}.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Un colis contient 2×10^{3} billes de masse 5×10^{-4} kg chacune. Donne la masse totale en kg.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Écris 400×10^{-7} en notation scientifique.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Une distance vaut $5{,}2 \times 10^{-2}$ m. Donne la valeur en millimètres en notation scientifique.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Écrire en notation scientifique :

1. $7\,250\,000$
2. $0{,}000\,803$
3. 52×10^{5}
4. $0{,}04 \times 10^{-3}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Calculer et donner le résultat en notation scientifique :

1. $(3 \times 10^{4}) \times (5 \times 10^{-7})$
2. $\frac{8{,}4 \times 10^{6}}{2{,}1 \times 10^{-2}}$
3. $(2 \times 10^{3})^{3}$
4. $\frac{(6 \times 10^{5}) \times (4 \times 10^{-3})}{8 \times 10^{-2}}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Calculer et donner le résultat en notation scientifique :

1. $3{,}2 \times 10^5 + 4{,}5 \times 10^4$
2. $6 \times 10^{-3} - 8 \times 10^{-4}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

La Terre est à $1{,}5 \times 10^{11}$ m du Soleil et la lumière se déplace à 3×10^8 m/s.

1. Combien de temps la lumière met-elle pour venir du Soleil ?
2. Neptune est environ 30 fois plus loin du Soleil que la Terre. Combien de temps met la lumière pour l'atteindre (en heures) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Une goutte d'eau a une masse de 0,05 g. Une molécule d'eau a une masse d'environ 3×10^{-26} kg.

1. Convertir la masse de la goutte en kg (notation scientifique).
2. Combien de molécules contient la goutte ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Un adulte possède environ 5 L de sang. Un mm^3 de sang contient environ 5×10^6 globules rouges.

1. Convertir 5 L en mm^3 (rappel : 1 L = 1 dm^3).
2. Estimer le nombre total de globules rouges.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

La Suisse compte environ 9×10^6 habitants. Chaque habitant produit en moyenne 700 kg de déchets par an.

1. Calculer la masse annuelle de déchets en kg (notation scientifique), puis en tonnes.
2. Un camion transporte 2×10^4 kg. Combien de camions faudrait-il ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Un cheveu a une épaisseur d'environ 7×10^{-5} m et un atome un diamètre d'environ 10^{-10} m.

1. Combien d'atomes peut-on aligner sur l'épaisseur d'un cheveu ?
2. Exprimer l'épaisseur du cheveu en micromètres ($1\,\mu\text{m} = 10^{-6}$ m) et le diamètre de l'atome en nanomètres ($1\text{ nm} = 10^{-9}$ m).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Donner un ordre de grandeur (sous la forme 10^n) de :

1. le nombre de secondes dans une vie de 80 ans ;
2. le nombre de cheveux sur une tête (environ 100 000) ;
3. le nombre de grains de sable dans 1 L de sable (un grain a un volume d'environ 1 mm^3).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Une année-lumière vaut environ $9{,}46 \times 10^{15}$ m. La galaxie d'Andromède est à environ $2{,}5 \times 10^{6}$ années-lumière.

1. Calculer cette distance en mètres (notation scientifique, 2 chiffres significatifs).
2. La lumière que nous recevons d'Andromède est partie il y a combien d'années ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Probabilités et combinatoires

Exercice 1

Un cadenas numérique possède 3 molettes portant chacune les chiffres de 0 à 9 (10 chiffres possibles).

1. Combien de codes à 3 chiffres peut-on former au total ?
2. Combien de codes peut-on former si les 3 chiffres doivent être **tous distincts** ?
3. Si l'on choisit un code à 3 chiffres complètement au hasard (répétitions autorisées), quelle est la probabilité qu'il commence par un chiffre **pair** $(0, 2, 4, 6, 8)$ et se termine par le chiffre 5 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Six athlètes participent à la finale du 100 m. On suppose qu'il n'y a aucun ex æquo.

1. De combien de façons différentes peut se former le classement complet des 6 coureurs ?
2. De combien de façons différentes peut être composé le **podium** (médailles d'or, d'argent et de bronze, dans l'ordre) ?
3. Un spectateur choisit au hasard un trio ordonné pour le podium parmi les 6 athlètes. Sachant que Maya et Léo font partie des 6 coureurs, quelle est la probabilité que **Maya remporte l'or** et que **Léo soit sur le podium** (argent ou bronze) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Une urne opaque contient 5 boules rouges, 3 boules bleues et 2 boules vertes, toutes indiscernables au toucher. On tire une boule au hasard.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir :
   a) une boule rouge ? b) une boule bleue ou verte ? c) une boule qui ne soit pas bleue ?
2. Combien de boules vertes faudrait-il **ajouter** dans l'urne (sans retirer aucune boule) pour que la probabilité de tirer une boule verte devienne exactement égale à $\dfrac{1}{2}$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

On lance simultanément deux dés équilibrés à 6 faces (un rouge et un bleu) numérotées de 1 à 6, et on s'intéresse à la **somme** des deux résultats.

1. Dresser le tableau à double entrée des 36 issues possibles de la somme.
2. Calculer la probabilité des événements suivants :
   - A : « la somme vaut 7 » ;
   - B : « la somme est au moins égale à 10 » ;
   - C : « on obtient un double (les deux dés affichent le même nombre) » ;
   - D : « la somme est un nombre premier ».

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Un sachet contient 4 bonbons à la fraise et 6 bonbons à la menthe. On tire successivement 2 bonbons au hasard.

1. **Tirage avec remise :** On remet le premier bonbon dans le sachet avant de tirer le second. Calculer la probabilité :
   a) d'obtenir deux bonbons à la fraise ;
   b) d'obtenir deux bonbons de goûts différents.
2. **Tirage sans remise :** On mange le premier bonbon avant de tirer le second. Recalculer ces deux mêmes probabilités.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

On tire une carte au hasard dans un jeu standard de 32 cartes (4 couleurs : Pique, Cœur, Carreau, Trèfle ; 8 valeurs par couleur : $7, 8, 9, 10$, Valet, Dame, Roi, As).

1. Calculer la probabilité des événements :
   - E_1 : « tirer un Cœur » ;
   - E_2 : « tirer une figure (Valet, Dame ou Roi) » ;
   - E_3 : « tirer une carte qui soit à la fois un Cœur et une figure » ;
   - E_4 : « tirer un Cœur **ou** une figure ».
2. On lance maintenant 3 fois de suite une pièce de monnaie équilibrée. Quelle est la probabilité d'obtenir **au moins une fois** « Face » ? *(Indice : utiliser l'événement contraire.)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

On lance une fléchette au hasard sur une cible carrée de côté 20 cm, dans laquelle est inscrit un grand disque tangent aux quatre côtés du carré. On suppose que la fléchette atteint toujours la cible de manière uniforme (probabilité proportionnelle à l'aire).

1. Calculer l'aire totale du carré et la valeur exacte de l'aire du disque inscrit.
2. Quelle est la probabilité (valeur exacte en fonction de π, puis arrondie au pourcent près) que la fléchette plante **à l'extérieur du disque** (dans l'un des quatre coins) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Un tournoi de handball réunit 8 équipes. Chaque équipe doit rencontrer **une seule fois** chacune des autres équipes.

1. Combien de matchs seront disputés au total durant ce tournoi ?
2. Généraliser en trouvant la formule du nombre de matchs pour un tournoi à n équipes, puis déterminer combien d'équipes participent à un tournoi comportant exactement 45 matchs.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Un sac contient des jetons numérotés de couleurs différentes, en nombre inconnu. Un élève réalise 500 tirages successifs **avec remise** et obtient 148 fois un jeton vert. Un second élève répète l'expérience 1500 fois et obtient 452 fois un jeton vert.

1. Calculer la fréquence d'apparition du jeton vert pour chacun des deux élèves, puis sur l'ensemble des 2000 tirages cumulés.
2. Sachant que le sac contient exactement 30 **jetons** au total, quel est très probablement le nombre exact de jetons verts dans le sac ? Quelle règle mathématique justifie cette estimation ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

À la kermesse de l'école, un stand propose le jeu suivant : on paie 2 CHF de mise pour tourner une roue divisée en 12 secteurs identiques :

- 1 secteur doré fait gagner 10 **CHF** ;
- 3 secteurs argentés font gagner 4 **CHF** ;
- les 8 autres secteurs ne rapportent rien (0 CHF).

1. Calculer les probabilités de gagner 10 CHF, de gagner 4 CHF et de ne rien gagner.
2. Sur un très grand nombre de parties (par exemple 1200 parties jouées), quelle somme totale l'organisateur encaisse-t-il en mises, et quelle somme totale reverse-t-il environ en gains ? Ce jeu est-il favorable au joueur ou à l'organisateur ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Un sac contient 4 boules orange et 6 boules violettes. Une boule est tirée au hasard. Quelle est la probabilité de tirer une violette ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

On lance un dé équilibré à 8 faces numérotées de 1 à 8. Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de 3 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Un sac contient 4 jetons étoilés et 6 jetons unis. Quelle est la probabilité de tirer deux jetons étoilés lors de deux tirages successifs sans remise ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Une flèche atteint la cible avec une probabilité de $\frac{1}{4}$ à chaque essai indépendant. Calcule la probabilité de toucher au moins une fois en deux essais.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Deux dés équilibrés à 4 faces numérotées de 1 à 4 sont lancés indépendamment. Quelle est la probabilité qu'ils donnent le même nombre ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Un casier a 4 lettres possibles et 6 chiffres possibles. Chaque code consiste en une lettre suivie d'un chiffre. Combien existe-t-il de codes ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

On choisit uniformément un entier de 1 à 24. Quelle est la probabilité qu'il soit divisible par 4 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Lors de 120 lancers, un résultat a été obtenu 28 fois. Donne sa fréquence sous forme de fraction réduite.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Une roue a 10 secteurs identiques, dont 4 bleus. Combien de secteurs bleus faut-il repeindre en blanc pour que le bleu occupe exactement un quart de la roue ? Les secteurs non bleus restent tels quels.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Un billet sur 6 est gagnant. Après 24 achats indépendants avec la même chance de gain, quel est le nombre moyen de gains attendu ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Une urne contient 3 boules rouges, 5 bleues et 2 vertes. On tire une boule au hasard.

1. Calculer la probabilité de tirer une boule bleue.
2. Calculer la probabilité de ne pas tirer une boule bleue.
3. Calculer la probabilité de tirer une boule rouge ou verte.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

On lance deux pièces de monnaie équilibrées.

1. Écrire la liste des issues.
2. Calculer la probabilité d'obtenir deux « pile ».
3. Calculer la probabilité d'obtenir au moins une « face ».
4. Un élève affirme : « Il y a trois cas (deux piles, deux faces, un de chaque), donc chacun a une probabilité de $\frac{1}{3}$. » A-t-il raison ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

On lance deux dés équilibrés à 6 faces.

1. Calculer la probabilité que la somme vaille 8.
2. Calculer la probabilité que le produit soit pair.
3. Calculer la probabilité que les deux dés montrent des nombres différents.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Un restaurant propose 3 entrées, 4 plats et 2 desserts.

1. Combien de menus complets (entrée, plat, dessert) peut-on composer ?
2. Combien de menus « plat + dessert » ou « entrée + plat » ?
3. On choisit un menu complet au hasard. Quelle est la probabilité qu'il contienne le plat végétarien (l'un des 4 plats) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Un code d'accès est formé de 4 lettres de l'alphabet (26 lettres).

1. Combien de codes existe-t-il si les lettres peuvent se répéter ?
2. Combien si les 4 lettres sont différentes ?
3. Un pirate essaie un code au hasard. Quelle est sa probabilité de trouver le bon code (cas 1) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Dans une classe de 7 élèves volontaires, on choisit 3 délégués.

1. Combien de groupes de 3 délégués différents peut-on former ?
2. Si l'on choisit en plus un président, un vice-président et un secrétaire (rôles différents), combien de choix possibles ?
3. Lucas fait partie des volontaires. Si le groupe de 3 est tiré au sort, quelle est la probabilité qu'il soit choisi ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

On lance 600 fois un dé et on obtient le 6 à 85 reprises.

1. Calculer la fréquence d'apparition du 6 (au millième).
2. Comparer avec la probabilité théorique.
3. Peut-on conclure que le dé est truqué ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

On tire successivement et sans remise deux cartes d'un jeu de 32 cartes contenant 4 as.

1. Calculer la probabilité de tirer deux as.
2. Calculer la probabilité de ne tirer aucun as.
3. En déduire la probabilité de tirer exactement un as.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Une roue de loterie a 10 secteurs égaux : 1 secteur fait gagner 20 CHF, 3 secteurs font gagner 2 CHF, les autres ne rapportent rien. Une partie coûte 3 CHF.

1. Calculer le gain moyen (espérance) par partie, sans tenir compte de la mise.
2. Le jeu est-il favorable au joueur ?
3. Quel prix de la partie rendrait le jeu équitable ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

On lance une pièce : si « pile », on tire une boule dans l'urne A (2 rouges, 1 bleue) ; si « face », dans l'urne B (1 rouge, 3 bleues).

1. Construire l'arbre de probabilités.
2. Calculer la probabilité de tirer une boule rouge.
3. On a tiré une boule rouge. Quelle est la probabilité qu'elle vienne de l'urne A ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Autres problèmes divers

Exercice 1

Un cycliste monte un col de 12 km à la vitesse moyenne de 15 km/h, puis redescend immédiatement par la même route de 12 km à la vitesse moyenne de 45 km/h.

1. Combien de temps dure la montée ? Combien de temps dure la descente ?
2. Quelle est la **vitesse moyenne** du cycliste sur l'ensemble du trajet aller-retour ? Expliquer pourquoi ce n'est pas $\frac{15+45}{2} = 30$ km/h.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Deux gares A et B sont distantes de 270 km.

- À 09 h 00, un train express quitte A en direction de B à la vitesse constante de 120 km/h.
- À 09 h 30, un train régional quitte B en direction de A à la vitesse constante de 90 km/h.

1. Quelle distance a déjà parcourue le train express à 09 h 30, et quelle distance sépare alors les deux trains ?
2. À quelle heure exacte et à quelle distance de la gare A les deux trains vont-ils se croiser ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Voici les notes (sur 6) obtenues par une classe de 25 élèves à un test de mathématiques :

Note	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0
Effectif	2	3	5	6	4	3	2

1. Calculer la **moyenne** de la classe.
2. Déterminer la **médiane** et l'**étendue** de cette série de notes.
3. Quel pourcentage d'élèves a obtenu une note **suffisante** ($\geq 4{,}0$) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Quatre élèves — Alice, Bruno, Chloé et David — ont chacun un âge distinct parmi $13, 14, 15$ et 16 ans et pratiquent chacun un sport différent (athlétisme, escalade, natation, tennis) :

1. Bruno a 14 ans et ne pratique ni la natation ni l'athlétisme.
2. L'élève qui fait de l'escalade est plus âgé qu'Alice, qui est elle-même plus âgée que Bruno.
3. L'élève qui fait de la natation a 13 ans.
4. David est plus jeune que Chloé.

Retrouver l'âge et le sport de chaque élève.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Un fermier dispose de 40 m de grillage pour délimiter un enclos rectangulaire adossé à un long mur rectiligne (le mur forme l'un des côtés, il n'y a donc du grillage que sur 3 côtés : deux largeurs x et une longueur L).

1. Exprimer la longueur L puis l'aire $\mathcal{A}(x)$ de l'enclos en fonction de la largeur x.
2. Compléter le tableau de valeurs pour $x \in \{4; 6; 8; 10; 12; 14\}$ (en m), et déterminer pour quelles dimensions l'aire de l'enclos est **maximale**.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Aujourd'hui, un père a 42 ans et sa fille a 12 ans.

1. Dans combien d'années l'âge du père sera-t-il exactement le **triple** de celui de sa fille ?
2. Y a-t-il eu un moment dans le passé où le père était 6 **fois** plus âgé que sa fille ? Si oui, il y a combien d'années ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

On fabrique une suite de motifs avec des allumettes identiques en accolant des carrés côte à côte en une ligne :

- Le motif 1 est un carré (4 allumettes).
- Le motif 2 comporte 2 carrés accolés (7 allumettes).
- Le motif 3 comporte 3 carrés accolés (10 allumettes).

1. Combien d'allumettes faut-il pour construire le motif 10 ?
2. Exprimer le nombre d'allumettes $A(n)$ nécessaires pour le motif à n carrés en fonction de n.
3. On dispose d'une boîte contenant 250 allumettes. Quel est le plus grand motif que l'on peut construire avec cette boîte, et combien d'allumettes reste-t-il ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Un torréfacteur mélange deux sortes de café :

- 15 kg de café Arabica à 28 CHF/kg ;
- 10 kg de café Robusta à 18 CHF/kg.

1. Quel est le prix moyen au kilogramme du mélange obtenu ?
2. Combien de kilogrammes d'Arabica (noté x) doit-il mélanger avec 15 kg de Robusta pour obtenir un nouveau mélange revenant exactement à 22 CHF/kg ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Un club de fitness propose deux formules d'abonnement annuel :

- **Formule A :** aucun abonnement fixe, chaque séance coûte 18 CHF.
- **Formule B :** abonnement annuel fixe de 210 CHF, puis chaque séance coûte 11 CHF.

1. Calculer le coût total annuel de chaque formule pour 20 séances, puis pour 40 séances.
2. À partir de quel nombre entier de séances par an la formule B devient-elle strictement plus avantageuse que la formule A ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

On souhaite répartir une prime de 1500 CHF entre trois employés en **proportion inverse** de leur nombre d'absences injustifiées (soit proportionnellement à $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{6}$) :

- Marc a 2 absences ;
- Nina a 3 absences ;
- Olivier a 6 absences.

Quelle somme revient à chacun ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Un atelier ouvre à 08 h 19. Il ferme 102 minutes plus tard. À quelle heure ferme-t-il ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Deux entiers consécutifs ont pour somme 19. Lesquels ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

9 personnes se serrent toutes la main une seule fois par paire. Combien de poignées de main ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Un escalier a 6 marches. On le monte par pas d'une ou deux marches avec exactement un seul pas de deux marches. Combien de suites de pas différentes ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

La moyenne de quatre nombres est 9. Trois d'entre eux valent 6, 8 et 11. Trouve le quatrième.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

On numérote des casiers de 1 à 97. Combien de chiffres écrit-on ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Dans un groupe de 45 élèves, 27 aiment le vélo et 36 la marche. Tous aiment au moins une des deux activités. Combien aiment les deux ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

À un quiz de 9 questions on gagne 4 points par bonne réponse et on perd 1 point par mauvaise. Toutes les réponses ont été données. Le total est 26. Combien sont mauvaises ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Un billet adulte coûte 9 CHF et un billet enfant 6 CHF. Pour exactement 5 personnes on paie 36 CHF. Combien d'enfants ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Une collection a deux fois autant de cartes bleues que de cartes rouges et 6 cartes vertes. Sur 33 cartes, combien sont bleues ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Un épicier mélange 3 kg de thé à 12 CHF/kg et 2 kg de thé à 17 CHF/kg.

1. Calculer le prix moyen du kilogramme de mélange.
2. Quelle masse de thé à 17 CHF/kg faudrait-il ajouter à 3 kg du premier thé pour obtenir un mélange à 15 CHF/kg ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Deux robinets remplissent une piscine : le premier seul en 10 heures, le second seul en 15 heures.

1. Quelle fraction de la piscine chaque robinet remplit-il en une heure ?
2. En combien de temps remplissent-ils la piscine ensemble ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Trois frères et sœurs ont des âges qui se suivent avec 4 ans d'écart. La somme de leurs âges vaut 36 ans.

1. Quels sont leurs âges ?
2. Dans combien d'années la somme de leurs âges vaudra-t-elle 60 ans ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Le prix d'un vélo augmente de 20 %, puis baisse de 20 %.

1. Le prix revient-il à sa valeur initiale ? Faire le calcul avec un prix initial de 500 CHF.
2. Quel est le pourcentage global de variation ?
3. De quel pourcentage aurait-il fallu baisser le prix pour revenir à 500 CHF ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Une voiture quitte Genève à 8 h et roule à 60 km/h. Une moto part du même endroit à 9 h, sur la même route, à 90 km/h.

1. À quelle heure la moto rattrape-t-elle la voiture ?
2. À quelle distance de Genève ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Une tirelire contient 20 pièces de 2 CHF et de 5 CHF, pour un total de 67 CHF.

Combien y a-t-il de pièces de chaque sorte ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Combien de nombres entiers de 1 à 1 000 contiennent au moins une fois le chiffre 7 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Un jardin rectangulaire de 20 m sur 12 m est bordé, à l'intérieur, d'une allée de largeur constante tout autour.

1. Calculer l'aire de l'allée si elle mesure 1 m de large.
2. On veut que l'allée occupe exactement 64 m^2. Montrer que sa largeur x vérifie $x^2 - 16x + 16 = 0$, puis calculer x (au centimètre).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Si 5 machines fabriquent 5 pièces en 5 minutes :

1. Combien de temps faut-il à 100 machines pour fabriquer 100 pièces ?
2. Combien de pièces 12 machines fabriquent-elles en 1 heure ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Léo a obtenu 4 notes dont la moyenne vaut 4,5.

1. Quelle note doit-il obtenir au 5e test pour que sa moyenne passe à 4,7 ?
2. Est-il possible d'atteindre une moyenne de 5,0 avec ce 5e test (note maximale 6) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Fonctions constantes, linéaires et affines et problèmes

Exercice 1

On considère les cinq fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$:

- $f_1(x) = -4x$
- $f_2(x) = 3x - 5$
- $f_3(x) = 7$
- $f_4(x) = 2x^2 + 1$
- $f_5(x) = \dfrac{6 - x}{2}$

1. Préciser pour chacune si elle est **constante**, **linéaire**, **affine (non linéaire ni constante)** ou **aucune des trois**.
2. Pour chaque fonction affine (au sens large), indiquer sa **pente** (coefficient directeur a) et son **ordonnée à l'origine** (b).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Soit la fonction affine f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3x + 7$.

1. Calculer les images de 4, de -2 et de $\dfrac{5}{6}$ par la fonction f.
2. Déterminer les antécédents de 1, de -8 et de 0 par f.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Déterminer l'expression algébrique de la fonction affine $f(x) = ax + b$ dont la représentation graphique passe par les points $A(-2; 9)$ et $B(4; -3)$, puis vérifier si le point $C(7; -9)$ appartient à cette droite.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Chacun des trois tableaux suivants représente une fonction (f, g ou h) :

Tableau 1 (f) :

x	-2	0	3	5
$f(x)$	-7	-1	8	14

Tableau 2 (g) :

x	-4	2	6	10
$g(x)$	6	-3	-9	-15

Tableau 3 (h) :

x	-1	0	2	4
$h(x)$	4	1	5	17

Pour chacune des trois fonctions, indiquer si elle peut être **linéaire**, **affine (non linéaire)** ou **non affine**, et donner son expression lorsqu'elle est affine.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

On considère la fonction affine $g(x) = \dfrac{2}{3}x - 4$.

1. Sans tracer de graphique complet, donner le **sens de variation** de g (croissante ou décroissante) en justifiant.
2. Calculer le **zéro** (racine) de g, c'est-à-dire l'abscisse du point d'intersection de sa droite représentative avec l'axe des abscisses.
3. Pour quelles valeurs de x a-t-on $g(x) > 0$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Dans un repère, on considère deux droites (d_1) et (d_2) représentant les fonctions :

$$f(x) = 2x - 3 \qquad \text{et} \qquad g(x) = -x + 6$$

1. Calculer les coordonnées du **point d'intersection** I des deux droites (d_1) et (d_2).
2. Pour quelles valeurs de x la droite (d_1) est-elle située **au-dessus** de la droite (d_2) ($f(x) > g(x)$) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

On donne une droite (d) d'équation $y = 2x - 5$.

1. Déterminer l'expression de la fonction affine h dont la droite représentative est **parallèle** à (d) et passe par le point $P(3; -2)$.
2. Quelle est l'expression de la fonction **constante** $c(x)$ dont la droite passe également par $P(3; -2)$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Une compagnie de taxis facture la prise en charge fixe 7,00 CHF, puis 2,50 CHF par kilomètre parcouru. Un service concurrent propose un forfait journalier illimité (fonction constante) à 42,00 CHF.

1. Exprimer le prix $P_1(x)$ d'une course de x km avec la compagnie de taxis et le prix $P_2(x)$ du forfait concurrent.
2. Quel trajet (en km) coûte exactement le même prix avec les deux formules ?
3. Pour une course de 10 km, puis de 20 km, quelle option est la moins chère ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Une bougie cylindrique mesure 24 cm de haut au moment où on l'allume ($t = 0$). Après 2 heures de combustion régulière, elle mesure 19 cm.

1. Exprimer la hauteur $h(t)$ de la bougie (en cm) en fonction de la durée de combustion t (en heures), en supposant que la hauteur diminue linéairement avec le temps.
2. Que représentent concrètement la pente et l'ordonnée à l'origine de cette fonction affine ?
3. Au bout de combien d'heures et de minutes la bougie sera-t-elle entièrement consumée ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

La conversion entre degrés Celsius (x, en °C) et degrés Fahrenheit ($F(x)$, en °F) est donnée par la fonction affine :

$$F(x) = 1{,}8x + 32$$

1. À combien de degrés Fahrenheit correspondent 0°C, 20°C et 100°C ?
2. Exprimer la fonction réciproque $C(y)$ permettant de convertir une température y en Fahrenheit vers les degrés Celsius, et l'utiliser pour convertir 68°F et 14°F.
3. Existe-t-il une température qui s'exprime par le **même nombre** sur les deux échelles ($F(x) = x$) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Calcule l'image de 9 par la fonction $f(x) = 3x + 9$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Trouve l'antécédent de 21 par $f(x) = 3x + 9$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Une droite passe par (0, 9) et (3, 18). Donne son équation.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Une sonde indique 9 °C à chaque instant. Quel type de fonction décrit cette mesure ? Donne son expression.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Trouve le point d'intersection des droites $y = 3x + 9$ et $y = 4x + 5$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Un trajet loué coûte 9 CHF au départ puis 3 CHF par kilomètre. Écris le prix P en fonction de la distance d.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

La fonction $g(x) = 3x$ passe-t-elle par (9, 28) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Comment varie $h(x) = 9 - 3x$ lorsque x augmente de 5 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Donne une droite parallèle à $y = 3x + 9$ passant par (0, 0).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Quel est le point d'intersection avec l'axe des abscisses de $y = 3x - 27$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Soit la fonction affine $f(x) = 2x - 3$.

1. Calculer les images de -1, 0 et 4.
2. Déterminer l'antécédent de 7.
3. Pour quelle valeur de x a-t-on $f(x) = 0$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Une fonction affine f vérifie $f(2) = 5$ et $f(6) = 13$.

1. Calculer le coefficient directeur (pente) de f.
2. Déterminer l'expression de $f(x)$.
3. Calculer $f(-4)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Un jour donné, 1 EUR vaut 0,94 CHF.

1. Exprimer le montant $f(x)$ en francs correspondant à x euros. De quel type de fonction s'agit-il ?
2. Convertir 350 EUR en francs.
3. Convertir 141 CHF en euros.
4. Un bureau de change prélève en plus une commission fixe de 5 CHF. Quelle est la nouvelle fonction ? Est-elle encore linéaire ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Une salle de sport propose deux formules mensuelles :

- Formule A : 40 CHF, accès illimité ;
- Formule B : 10 CHF + 5 CHF par séance.

1. Exprimer le prix $A(x)$ et $B(x)$ en fonction du nombre x de séances.
2. Pour combien de séances les deux formules coûtent-elles le même prix ?
3. Quelle formule choisir pour 4 séances ? Pour 10 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

La longueur d'une bougie (en cm) en fonction du temps t (en h) est $L(t) = 25 - 2t$.

1. Que représentent les nombres 25 et -2 ?
2. Au bout de combien de temps la bougie est-elle entièrement consumée ?
3. Sur quel intervalle de temps cette fonction a-t-elle un sens ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

On considère la fonction $f(x) = 3x + 1$.

1. Déterminer la fonction affine g dont la droite est parallèle à celle de f et passe par le point $(2; 0)$.
2. Déterminer la fonction affine h dont la droite passe par $(0; 4)$ et $(6; 0)$.
3. Calculer le point d'intersection des droites de f et h.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Une citerne contient 1 200 L. On la vide à raison de 40 L par minute.

1. Exprimer le volume $V(t)$ restant après t minutes.
2. Au bout de combien de temps la citerne est-elle à moitié vide ? Vide ?
3. Quel volume reste-t-il après 12 minutes ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

On donne $f(x) = 3x - 5$ et $g(x) = x + 3$.

1. Résoudre $f(x) = g(x)$.
2. Résoudre $f(x) > g(x)$.
3. Interpréter graphiquement.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

La longueur d'un ressort (en cm) en fonction de la force F (en N) qui l'étire est $L(F) = 15 + 0{,}4F$.

1. Quelle est la longueur du ressort au repos ?
2. Quelle force faut-il pour qu'il mesure 23 cm ?
3. L'allongement est-il proportionnel à la force ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Un taxi facture 6 CHF de prise en charge et 3,20 CHF par km.

1. Exprimer le prix $P(d)$ pour d km.
2. Combien coûte une course de 12,5 km ?
3. Avec 50 CHF, quelle distance maximale peut-on parcourir ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Fonctions quadratiques et diverses

Exercice 1

On considère la fonction quadratique $f(x) = x^2 - 4$ définie sur $\mathbb{R}$.

1. Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	?	?	?	?	?	?	?

2. Quelle symétrie observe-t-on dans la courbe représentative (parabole), et quelles sont les coordonnées de son **sommet** (minimum) ?
3. Pour quelles valeurs de x a-t-on $f(x) = 0$? Et $f(x) = 21$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Soit la fonction quadratique $g(x) = -2x^2 + 8$.

1. Calculer $g(0)$, $g(-1)$ et $g\left(\frac{3}{2}\right)$.
2. Déterminer les **antécédents** éventuels de 8, de 0, de -10 et de 10 par g.
3. Quelle est la valeur **maximale** prise par $g(x)$ sur $\mathbb{R}$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Associer chacune des quatre fonctions de référence suivantes à son tableau de valeurs, et justifier brièvement :

- $f_1(x) = 2x^2$ (quadratique)
- $f_2(x) = \dfrac{12}{x}$ (fonction inverse)
- $f_3(x) = x^3$ (cubique)
- $f_4(x) = \sqrt{x}$ (racine carrée)

Tableau A : $(x;y) = (1;12), (2;6), (3;4), (4;3)$ **Tableau B :** $(x;y) = (1;1), (4;2), (9;3), (16;4)$ **Tableau C :** $(x;y) = (-2;8), (-1;2), (0;0), (1;2), (2;8)$ **Tableau D :** $(x;y) = (-2;-8), (-1;-1), (0;0), (1;1), (2;8)$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

On lance une balle verticalement vers le haut. Sa hauteur $h(t)$ (en mètres) en fonction du temps t (en secondes) est modélisée par la fonction quadratique :

$$h(t) = -5t^2 + 20t$$

1. Calculer la hauteur de la balle à $t = 0$ s, 1 s, 2 s, 3 s et 4 s.
2. Au bout de combien de secondes la balle retombe-t-elle au sol ?
3. Quelle hauteur maximale atteint-elle, et à quel instant ? *(Indice : factoriser $h(t)$ ou vérifier que $20 - h(t) = 5(t-2)^2$.)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Pour parcourir une distance fixe de 180 km, la durée du trajet $t(v)$ (en heures) dépend de la vitesse moyenne v (en km/h) selon la fonction :

$$t(v) = \frac{180}{v} \qquad (v > 0)$$

1. Comment appelle-t-on ce type de fonction (ou de relation entre t et v) ?
2. Calculer $t(45)$, $t(60)$, $t(90)$ et $t(120)$.
3. Si l'on **double** la vitesse, comment varie la durée du trajet ? Quelle vitesse constante faudrait-il maintenir pour effectuer ce trajet en exactement 2 h 15 min ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Sur route sèche, la distance de freinage $d_f(v)$ (en mètres) d'une voiture en fonction de sa vitesse v (en km/h) peut être modélisée par la fonction quadratique :

$$d_f(v) = \frac{v^2}{200}$$

À cette distance s'ajoute la distance parcourue pendant le temps de réaction (1 s), modélisée par la fonction linéaire $d_r(v) = \frac{v}{3{,}6}$.

1. Calculer la distance de freinage d_f, la distance de réaction d_r (arrondie à 0,1 m) et la distance totale d'arrêt $d_A = d_r + d_f$ pour $v = 50$ km/h, puis pour $v = 100$ km/h.
2. Quand la vitesse double de 50 à 100 km/h, par combien est multipliée la distance de réaction ? Par combien est multipliée la distance de freinage ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Un parking applique le tarif continu par morceaux suivant en fonction de la durée t (en heures, $0 < t \leq 24$) :

- pour $0 < t \leq 1$: tarif fixe de 3,00 CHF ;
- pour $1 < t \leq 4$: 3,00 CHF plus 2,00 CHF par heure au-delà de la 1re heure ;
- pour $t > 4$: tarif plafonné à 9,00 CHF.

1. Écrire l'expression de la fonction $P(t)$ sur chacun des trois intervalles.
2. Calculer $P(0{,}5)$, $P(2{,}5)$ et $P(6)$.
3. Combien d'heures peut-on stationner exactement pour 7,00 CHF ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

On considère la fonction carré $f(x) = x^2$ et la fonction affine $g(x) = x + 6$.

1. Montrer que pour tout réel x, on a l'égalité algébrique :

$$x^2 - x - 6 = (x - 3)(x + 2)$$

2. En déduire les coordonnées des **deux points d'intersection** de la parabole d'équation $y = x^2$ et de la droite d'équation $y = x + 6$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

On étudie deux fonctions géométriques liées à la dimension r (en cm) d'une sphère :

- l'aire de sa surface : $A(r) = 4\pi r^2$;
- son volume : $V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$.

1. Calculer les valeurs exactes de $A(3)$ et $V(3)$ pour une boule de rayon $r = 3$ cm.
2. Si l'on multiplie le rayon par $k = 2{,}5$, par quel facteur est multipliée l'aire A ? Par quel facteur est multiplié le volume V ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Un carton carré de 20 cm de côté est découpé à ses quatre coins par quatre petits carrés identiques de côté x (avec $0 < x < 10$), puis on relève les bords pour former une boîte ouverte sans couvercle.

1. Exprimer les dimensions (longueur, largeur, hauteur) de la boîte en fonction de x, puis montrer que son volume vaut :
$$V(x) = 4x^3 - 80x^2 + 400x$$
2. Calculer $V(2)$, $V(3)$, $V(4)$ et $V(5)$. Pour laquelle de ces valeurs entières le volume est-il le plus grand ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Calcule $f(-3)$ si $f(x) = x^2 + 5$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Quel est le sommet de $y = (x - 3)^2 + 5$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Quel est le maximum réel de $f(x) = 5 - (x + 3)^2$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Trouve les deux antécédents de 0 par $f(x) = x^2 - 9$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Donne l'axe de symétrie de $y = (x + 3)^2 - 5$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Les valeurs de x^2 pour x = 3, 4, 5 augmentent-elles d'un pas constant ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Écris $f(x) = x^2 - 6x + 14$ sous forme canonique.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Résous $f(x) = 9$ si $f(x) = 5 + (x - 3)^2$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Un rectangle a pour largeur x et longueur $10 - x$. Pour quelle largeur son aire est-elle maximale ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Les courbes $y = x^2$ et $y = 3x$ ont deux points communs. Donne leurs coordonnées.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Soit $f(x) = x^2 - 6x + 5$.

1. Compléter un tableau de valeurs pour $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$.
2. Déterminer le sommet de la parabole et l'axe de symétrie.
3. Déterminer les zéros de f.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Soit $g(x) = -(x - 2)^2 + 9$.

1. La parabole est-elle tournée vers le haut ou vers le bas ? Donner son sommet.
2. Calculer $g(0)$.
3. Déterminer les zéros de g.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Un rectangle a un périmètre de 20 cm. On note x sa largeur.

1. Exprimer sa longueur puis son aire $A(x)$.
2. Calculer $A(2)$, $A(4)$, $A(5)$, $A(7)$.
3. Pour quelle valeur de x l'aire est-elle maximale ? Quelle est cette aire ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Lors d'une chute libre, la distance parcourue (en m) après t secondes est $d(t) = 4{,}9t^2$.

1. Calculer la distance parcourue après 1, 2 et 3 secondes.
2. En combien de temps un objet tombe-t-il de 44,1 m ?
3. Si la durée de chute double, par combien la distance est-elle multipliée ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Pour parcourir 240 km, la durée (en h) en fonction de la vitesse v (en km/h) est $t(v) = \frac{240}{v}$.

1. Calculer la durée à 60, 80 et 120 km/h.
2. À quelle vitesse faut-il rouler pour mettre 2 h 30 ?
3. Quelle est l'allure de la courbe ? Que se passe-t-il quand v devient très grand ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

On considère $f(x) = x^2$ et $g(x) = 2x + 3$.

1. Calculer les points d'intersection de leurs courbes.
2. Pour quelles valeurs de x la parabole est-elle sous la droite ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Une parabole coupe l'axe des abscisses en -3 et 5 et passe par le point $(0; -15)$.

1. Déterminer l'équation de son axe de symétrie.
2. Écrire sa fonction sous la forme $f(x) = a(x+3)(x-5)$ et trouver a.
3. Déterminer son sommet.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Le côté c d'un carré en fonction de son aire A est $c(A) = \sqrt{A}$.

1. Calculer $c(16)$, $c(50)$ (au centième) et $c(100)$.
2. Si l'aire est multipliée par 4, par combien le côté est-il multiplié ?
3. Quelle aire faut-il pour un côté de 12 cm ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

On compare $f(x) = 2^x$ et $g(x) = x^2$ pour x entier de 0 à 6.

1. Compléter un tableau de valeurs.
2. Pour quelles valeurs les deux fonctions sont-elles égales ?
3. Laquelle est la plus grande pour $x = 10$? Commenter.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Une balle est lancée vers le haut. Sa hauteur (en m) est $h(t) = -5t^2 + 10t + 15$.

1. Quelle est la hauteur de départ ?
2. Écrire $h(t)$ sous la forme $-5(t-1)^2 + k$ et en déduire la hauteur maximale.
3. À quel instant la balle touche-t-elle le sol ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Problèmes de proportionnalité, pourcentages, pentes et échelle

Exercice 1

Dire si les grandeurs suivantes sont **proportionnelles**, **inversement proportionnelles** ou **ni l'une ni l'autre**, en justifiant :

1. La masse de pommes achetées et le prix payé à 3,40 CHF/kg.
2. L'aire d'un carré et la longueur de son côté.
3. Le nombre d'ouvriers identiques effectuant un chantier et la durée totale du chantier.
4. La taille d'un enfant et son âge.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Dans une usine d'assemblage, 6 robots identiques fabriquent ensemble 120 pièces en 4 heures.

1. Combien de pièces fabrique **un seul robot** en 1 heure ?
2. Combien de pièces fabriqueront 9 robots identiques en 6 heures ?
3. Combien de temps faudrait-il à 10 robots pour produire 450 pièces ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

1. Lors des soldes, un manteau affiché initialement à 240 CHF bénéficie d'un rabais de 35%. Quel est son prix soldé ?
2. Un vélo est vendu 544 **CHF** après un rabais de 20%. Quel était son **prix initial** avant rabais ?
3. Une facture TTC s'élève à 324,30 **CHF**, TVA de 8,1% comprise. Quel est le montant hors taxe (HT) de cette facture ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Un article coûte initialement 200 CHF. Son prix augmente d'abord de 20%, puis, quelques mois plus tard, il subit une baisse de 20%.

1. Calculer le prix après l'augmentation, puis le prix final après la baisse.
2. Retrouve-t-on le prix de départ 200 CHF ? Quel est le **pourcentage de variation global** entre le début et la fin ?
3. Quel pourcentage de baisse aurait-il fallu appliquer après la hausse de +20% pour revenir exactement à 200 CHF ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Un épargnant place un capital $C_0 = 8000$ CHF sur un compte rémunéré à intérêts simples au taux annuel de 2,4%.

1. Quel intérêt rapporte ce capital en 1 an ?
2. Quel intérêt rapporte-t-il si le placement ne dure que 9 **mois** ?
3. À quel taux annuel aurait-il fallu placer 6000 CHF pour obtenir le même intérêt annuel de 192 CHF ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Un panneau routier annonce une montée de pente 12% (rappel : une pente de 12% signifie une dénivellation verticale de 12 m pour un déplacement **horizontal** de 100 m).

1. Une route à 12% s'étend sur une distance horizontale de 2,5 km. Quel dénivelé vertical franchit-elle (en mètres) ?
2. Quelle distance **réelle** parcourt une voiture le long de la route inclinée ? (Arrondir au mètre.)
3. Un autre tronçon présente un dénivelé de 270 m pour une distance horizontale de 1,8 km. Quelle est sa pente en pourcentage ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

La charpente d'une maison symétrique à deux pans a une largeur totale au sol de 10 m (donc une demi-portée horizontale de 5 m pour chaque pan). La pente réglementaire du toit est de 40%.

1. Calculer la hauteur h du faîtage (sommet du toit) au-dessus des combles.
2. Calculer la longueur d'un chevron (longueur inclinée du pan de toit, du mur au faîtage), arrondie au centimètre.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Sur une carte topographique suisse à l'échelle 1 : 25 000 :

1. Deux sommets sont séparés sur la carte par un segment de 14,4 cm. Quelle distance réelle à vol d'oiseau (en km) sépare ces deux sommets ?
2. Un lac mesure en réalité 2,2 km de long. Quelle longueur (en cm) occupe-t-il sur la carte ?

3. Un domaine forestier a une aire de 8 cm^2 sur cette carte. Quelle est sa superficie réelle en **hectares** (1 ha = 10 000 m^2) ? *(Attention au carré de l'échelle pour les aires !)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Sur un dessin technique d'horlogerie à l'échelle d'agrandissement 20 : 1, un engrenage possède un diamètre représenté de 6,4 cm.

1. Quel est le diamètre réel de cet engrenage (en millimètres) ?
2. Un axe réel de diamètre 0,85 mm doit figurer sur le même plan. Quel sera son diamètre sur le dessin (en cm) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Deux collègues préparent une randonnée sur une carte au 1 : 50 000. Le sentier mesure 18 cm sur la carte et passe de l'altitude 920 m au départ à 1820 m au refuge d'arrivée (montée continue).

1. Quelle est la distance horizontale approximative L du sentier (en km) et quel est le dénivelé positif Δh ?
2. Calculer la **pente moyenne** du sentier (en pourcentage).
3. En montagne, on estime le temps de marche en ajoutant au temps horizontal (4 km/h) un supplément d'1 heure par tranche de 300 m de dénivelé positif (méthode simplifiée) — ou à l'inverse on prend la formule suisse : 15 min par km horizontal + 15 min par 100 m de montée. En utilisant cette **règle suisse**, quelle durée totale (en heures et minutes) faut-il prévoir ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

5 cahiers coûtent 45 CHF. Quel prix paie-t-on pour 11 cahiers au même tarif unitaire ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Une pompe délivre 45 L en 5 min. À débit constant, quel délai faut-il pour délivrer 117 L ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Pour 5 personnes une recette demande 175 g d'un ingrédient. Quelle masse faut-il pour 9 personnes ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Un graphique proportionnel contient (2, 10) et (5, 25). Quelle est la valeur pour x = 9 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

3 kg coûtent 15 CHF et 7 kg coûtent 36 CHF. Les deux prix sont-ils proportionnels aux masses ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Un sac contient 45 jetons dont 9 rouges. Quel pourcentage est rouge ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Un ruban de 27 cm est partagé selon le rapport 1 à 2. Donne les longueurs.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Une carte indique que 1 cm représente 5 km. Une distance mesure 9 cm sur la carte. Quelle est la distance réelle ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Une route gagne 36 m d'altitude sur 450 m horizontaux. Quelle est sa pente en pourcentage ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Un article coûte 72 CHF après une remise de 20 %. Quel était son prix initial ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Le prix d'un article augmente de 15 %, puis baisse de 10 %.

1. Calculer le coefficient multiplicateur global.
2. Quel est le pourcentage global de variation ?
3. Un article coûtait 80 CHF. Quel est son prix final ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

1. Après un rabais de 25 %, un pull coûte 63 CHF. Quel était son prix initial ?
2. Après une hausse de 8 %, un loyer vaut 1 620 CHF. Quel était le loyer initial ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Le taux de TVA normal en Suisse est de 8,1 %.

1. Un téléviseur coûte 250 CHF hors taxe. Calculer son prix TTC.
2. Un article coûte 162,15 CHF TTC. Calculer son prix hors taxe et le montant de la TVA.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Une route monte de 84 m sur une distance horizontale de 1,2 km.

1. Calculer la pente en pourcentage.
2. Une autre route a une pente de 12 %. Quel dénivelé correspond à 2,5 km de distance horizontale ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Une carte est à l'échelle 1 : 25 000.

1. Deux points sont à 6,4 cm sur la carte. Calculer la distance réelle en km.
2. Un champ est représenté par un carré de 2 cm de côté. Calculer son aire réelle en hectares.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

8 ouvriers réalisent un chantier en 15 jours.

1. Combien de jours faut-il à 10 ouvriers ? À 12 ?
2. Combien d'ouvriers faut-il pour terminer en 6 jours ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Un train parcourt 120 km en 48 minutes.

1. Calculer sa vitesse moyenne en km/h.
2. À cette vitesse, combien de temps faut-il pour parcourir 275 km ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Trois associés ont investi respectivement 5 000, 7 000 et 12 000 CHF dans une entreprise. Ils se partagent un bénéfice de 3 600 CHF proportionnellement à leurs apports.

Calculer la part de chacun.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

On place 2 500 CHF à un taux d'intérêt annuel de 1,8 % (intérêts simples).

1. Calculer l'intérêt pour une année.
2. Calculer l'intérêt pour 9 mois.
3. Quel capital faudrait-il placer pour obtenir 90 CHF d'intérêts en un an ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

On dilue 200 mL d'un sirop contenant 25 % de sucre dans 300 mL d'eau.

1. Quel volume de sucre contient le sirop ? (On raisonne en volumes et on suppose que les volumes s'additionnent.)
2. Quel est le pourcentage de sucre dans le mélange ?
3. Quel volume d'eau faudrait-il ajouter au sirop pour obtenir une boisson à 5 % ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Calcul littéral et problèmes

Exercice 1

Réduire au maximum les expressions littérales suivantes en supprimant les parenthèses et en regroupant les termes semblables :

1. $A = 5x^2 - 3x + 7 - 2x^2 + 8x - 11$
2. $B = (4a - 7b + 2) - (9a - 3b - 5)$
3. $C = 3x - [2x^2 - (5x - 4)] + x^2$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Effectuer les produits de monômes et développer par distributivité simple :

1. $P = (-3x^2y) \times (4xy^3)$
2. $Q = -3x(2x^2 - 5x + 4)$
3. $R = 4a(a - 3) - 2a(3a - 5)$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Développer puis réduire au maximum les expressions suivantes :

1. $A = (2x - 3)(4x + 5)$
2. $B = (x + 6)(3x - 2) - (2x - 1)(x - 4)$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Développer directement à l'aide des **identités remarquables** :

1. $(3x + 5)^2$
2. $(4a - 7b)^2$
3. $(6x - 5)(6x + 5)$
4. $(2x - 3)^2 - (x + 4)(x - 4)$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Calculer mentalement (sans poser d'opération et sans calculatrice) grâce aux identités remarquables :

1. 103^2
2. 98^2
3. 104×96

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

On considère le polynôme $P(x) = 3x^3 - 2x^2 + 5x - 1$.

1. Quel est le **degré** de $P(x)$? Quel est son coefficient constant ?
2. Calculer $P(0)$, $P(2)$ et $P(-2)$.
3. Soit $Q(x) = -3x^3 + 5x^2 - 5x + 9$. Calculer la somme $P(x) + Q(x)$ et préciser le degré du polynôme obtenu.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Pour $x \neq 0$ et $y \neq 0$, simplifier les quotients de polynômes par des monômes suivants :

1. $E = \dfrac{12x^3 - 8x^2 + 4x}{4x}$
2. $F = \dfrac{15a^3b^2 - 10a^2b^3 + 5ab^2}{5ab^2}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

On considère le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre entier n ;
- Prendre son double et lui ajouter 3 ;
- Multiplier le résultat par le double de n diminué de 3 ;
- Ajouter 9 au produit obtenu.

1. Tester ce programme avec $n = 2$ puis avec $n = 5$. Que remarque-t-on ?
2. Démontrer cette conjecture à l'aide du calcul littéral pour tout nombre n.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Un jardin rectangulaire mesure 20 m de long sur 12 m de large. On décide de construire tout autour, à l'**extérieur** du jardin, une allée de largeur constante x (en mètres).

1. Exprimer la longueur totale et la largeur totale de l'ensemble (jardin + allée) en fonction de x.
2. Montrer que l'aire $\mathcal{A}_{\text{allée}}(x)$ de l'allée seule vaut $4x^2 + 64x$.
3. Calculer l'aire de l'allée pour $x = 1{,}5$ m.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

1. Développer et simplifier l'expression $(n+1)^2 - n^2$.
2. À l'aide de cette formule, montrer que tout nombre impair peut s'écrire comme la différence des carrés de deux entiers consécutifs.
3. En déduire sans calculatrice la valeur de :
   a) $2026^2 - 2025^2$ b) sachant que $1000^2 = 1\,000\,000$, calculer 999^2.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Réduis $4x + 6x - 2x$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Développe $4(x + 6)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Réduis $4x - (6x - 3)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Évalue $4x + 6$ pour $x = -2$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Un rectangle a une largeur x et une longueur x + 4. Exprime son périmètre en fonction de x.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Une boîte contient x crayons. Trois boîtes identiques et 6 crayons isolés forment un lot. Traduis l'effectif du lot.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Simplifie $4(x+2)-4x$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Une élève dit que $4x^2$ et $6x$ sont des termes semblables. Vérifie.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Traduis « le triple du nombre x diminué d'abord de 6 » par une expression où la soustraction précède le triple.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Contrôle si $2(x+4)$ est égal à $2x+4$ pour toutes les valeurs de x.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Développer et réduire :

1. $A = (3x-2)(2x+5)$
2. $B = (x-4)(x^2+2x-1)$
3. $C = 2(x+3)-(x-1)(x+1)$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Développer à l'aide des identités remarquables :

1. $(x+4)^2$
2. $(2a-3b)^2$
3. $(5-x)(5+x)$
4. $\left(\frac{x}{2}+1\right)^2$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Calculer de tête à l'aide des identités remarquables :

1. 102^2
2. 98^2
3. 103×97
4. 45^2

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Réduire :

1. $D = (x+3)^2 - (x-3)^2$
2. $E = (2x+1)^2 - 4x(x+1)$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

1. Calculer $5^2 - 4^2$, $8^2 - 7^2$, $13^2 - 12^2$. Que remarque-t-on ?
2. Démontrer que la différence des carrés de deux entiers consécutifs est toujours impaire.
3. Écrire 41 comme différence de deux carrés consécutifs.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

On découpe un carré de côté $x - 1$ dans un carré de côté $x + 3$ (en cm, $x > 1$).

1. Exprimer l'aire restante en fonction de x et réduire.
2. Calculer cette aire pour $x = 5$ et vérifier par un calcul direct.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

On considère $E = 2x^2 - 3x + 1$. Calculer E pour :

1. $x = -2$
2. $x = \frac{1}{2}$
3. $x = \sqrt{2}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Un élève affirme que $(a+b)^2 = a^2 + b^2$.

1. Tester avec $a = 3$ et $b = 4$.
2. Pour quelles valeurs l'égalité est-elle vraie ?
3. Illustrer géométriquement l'identité $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ avec un carré de côté $a + b$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Programme de calcul : choisir un nombre x ; calculer le carré de $(x+2)$; lui soustraire le carré de $(x-2)$.

1. Appliquer le programme à 3 et à -1.
2. Démontrer que le résultat est toujours égal à 8 fois le nombre de départ.
3. Quel nombre faut-il choisir pour obtenir 100 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Un rectangle a pour longueur $2x + 1$ et pour largeur $x - 1$ (en m, $x > 1$).

1. Exprimer son aire et son périmètre sous forme réduite.
2. Pour quelle valeur de x le périmètre vaut-il 28 m ? Calculer alors l'aire.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Factorisation

Exercice 1

Factoriser au maximum par **mise en évidence** d'un facteur commun :

1. $A = 18x^3 - 12x^2 + 6x$
2. $B = 15a^2b - 25ab^2 + 10ab$
3. $C = -14x^4y^2 - 21x^2y^3$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Factoriser en mettant en évidence l'expression polynomiale commune :

1. $D = (x+3)(2x-1) + (x+3)(5-x)$
2. $E = (3x-4)^2 - (3x-4)(x+2)$
3. $F = 5x(a-b) + 3y(b-a)$ *(Indice : remarquer que $b-a = -(a-b)$.)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Factoriser par **regroupement** (mise en évidence en deux temps) :

1. $G = ax + ay + 2x + 2y$
2. $H = x^3 + 2x^2 - 3x - 6$
3. $K = 6x^2 - 9x + 4x - 6$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Factoriser à l'aide de la différence de deux carrés $A^2 - B^2 = (A-B)(A+B)$:

1. $25x^2 - 49$
2. $4(x+1)^2 - 9$
3. $x^4 - 81$ *(factoriser complètement)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Identifier les **trinômes carrés parfaits** et les factoriser sous la forme $(A+B)^2$ ou $(A-B)^2$:

1. $9x^2 + 24x + 16$
2. $4a^2 - 20ab + 25b^2$
3. $x^2 - x + \dfrac{1}{4}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Factoriser les trinômes du second degré suivants par la méthode **somme et produit** ($x^2 + (p+q)x + pq = (x+p)(x+q)$) :

1. $x^2 + 7x + 12$
2. $x^2 - 2x - 15$
3. $x^2 - 9x + 20$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Factoriser **complètement** les expressions suivantes (pensez toujours à commencer par une mise en évidence quand c'est possible !) :

1. $3x^2 - 75$
2. $2x^3 - 12x^2 + 18x$
3. $5x^2 + 15x - 50$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Après avoir indiqué les valeurs interdites, simplifier au maximum les fractions rationnelles suivantes grâce à la factorisation :

1. $A(x) = \dfrac{x^2 - 9}{x^2 - 6x + 9}$
2. $B(x) = \dfrac{2x^2 + 6x}{x^2 - 9}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Calculer astucieusement **sans calculatrice** grâce à la factorisation :

1. $67^2 - 33^2$
2. $48^2 - 2 \times 48 \times 18 + 18^2$
3. $37 \times 124 - 37 \times 24$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes en commençant par **factoriser** un membre pour se ramener à une équation-produit nul :

1. $3x^2 - 12x = 0$
2. $x^2 - 16 = 0$
3. $(2x - 1)^2 - (x + 4)^2 = 0$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Factorise $4x + 28$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Factorise $4x^2 + 7x$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Factorise $x^2 - 16$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Factorise $x^2 + 14x + 49$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Factorise $x(x + 4) + 7(x + 4)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Factorise $4x^3 - 28x^2$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Factorise $x^2 + 11x + 28$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Factorise $4(x - 7)^2 + 28(x - 7)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Factorise complètement $7x^2 - 112$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Calcule mentalement $104^2 - 96^2$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Factoriser par mise en évidence :

1. $6x^2 - 9x$
2. $4a^3 + 8a^2$
3. $15xy - 10x^2y$
4. $-3x - 12$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Factoriser en mettant en évidence un facteur commun entre parenthèses :

1. $(x + 1)(2x - 3) + (x + 1)(x + 5)$
2. $(2x - 1)^2 - (2x - 1)(x + 4)$
3. $x(x - 5) + 3(5 - x)$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Factoriser à l'aide des identités remarquables :

1. $x^2 - 14x + 49$
2. $25x^2 - 1$
3. $9x^2 + 12x + 4$
4. $(2x + 1)^2 - 16$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Factoriser les trinômes en cherchant deux nombres de somme b et de produit c :

1. $x^2 + 7x + 12$
2. $x^2 - x - 20$
3. $x^2 - 9x + 18$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Résoudre en factorisant :

1. $x^2 - 5x = 0$
2. $4x^2 - 9 = 0$
3. $x^2 + 6x + 9 = 0$
4. $x^2 - x - 20 = 0$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Simplifier en précisant les valeurs interdites :

1. $\frac{x^2-4}{x^2+4x+4}$
2. $\frac{3x^2-6x}{x^2-4x+4}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Factoriser par groupement :

1. $xy + 3x + 2y + 6$
2. $ab - a - b + 1$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

L'aire d'un rectangle est donnée par $x^2 + 5x + 6$ (en cm^2, $x > 0$).

1. Factoriser cette expression et proposer des dimensions.
2. Exprimer le périmètre correspondant.
3. Pour $x = 4$, calculer l'aire et le périmètre.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Calculer astucieusement en factorisant :

1. $47^2 - 53^2$
2. $1\,001^2 - 999^2$
3. $13 \times 87 + 13 \times 13$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Résoudre $(2x-1)^2 = (x+3)^2$ en factorisant.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Equations du 1er degré et problèmes

Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations du 1er degré suivantes :

1. $5x - 7 = 2x + 11$
2. $4(2x-3) - 5 = 3(x+1) + 5$
3. $7 - 2(3x-4) = 5x - 7$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Développer puis résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes (après simplification des termes de degré 2) :

1. $(x+3)^2 - x^2 = 33$
2. $(2x-1)(x+4) = 2x^2 + 3$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations à coefficients fractionnaires suivantes :

1. $\dfrac{2x-1}{3} - \dfrac{x+2}{4} = \dfrac{5}{6}$
2. $\dfrac{x}{2} + \dfrac{x-3}{5} = x - 3$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des équations suivantes et interpréter les cas particuliers :

1. $3(2x-5) + 4 = 6x - 11$
2. $2(x+4) - 5x = 12 - 3x$
3. $4(x-1) = 4 - x$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Transformer les formules littérales suivantes en considérant l'inconnue demandée comme celle d'une équation du 1er degré :

1. L'aire d'un trapèze est $A = \dfrac{(B+b)\cdot h}{2}$. Isoler la petite base b en fonction de A, B et h ($h \neq 0$).

2. En électricité, la résistance équivalente de deux résistances R_1 et R_2 en parallèle vérifie $\dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}$. Exprimer R_2 en fonction de R et R_1 ($R \neq R_1$).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Dans un triangle ABC :

- l'angle $\widehat{B}$ mesure le **double** de l'angle $\widehat{A}$;
- l'angle $\widehat{C}$ mesure $20°$ **de plus** que l'angle $\widehat{A}$.

1. En notant x la mesure (en degrés) de l'angle $\widehat{A}$, écrire une équation traduisant la somme des angles du triangle.
2. Résoudre cette équation, calculer les trois angles du triangle et préciser si le triangle ABC possède une particularité.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

À la caisse d'une manifestation, on compte exactement 28 **billets** uniquement en coupures de 10 CHF et de 20 CHF, pour une somme totale de 410 **CHF**.

En posant x le nombre de billets de 20 CHF, déterminer le nombre de billets de chaque sorte.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Un randonneur part d'un village à 08 h 00 en marchant à la vitesse constante de 4,5 km/h. À 09 h 00, un cycliste part du même village sur la même route pour le rattraper, en roulant à 18 km/h.

En posant t la durée de trajet du **cycliste** (en heures) jusqu'au rattrapage :

1. Exprimer en fonction de t la distance parcourue par le cycliste et celle parcourue par le randonneur.
2. À quelle heure exacte et à quelle distance du village le cycliste rattrape-t-il le randonneur ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Au cours du trimestre, Sofia a obtenu les quatre notes de mathématiques suivantes (toutes de coefficient 1) : 4,0 ; 4,5 ; 5,0 ; 4,5.

1. Quelle est sa moyenne actuelle sur ces quatre notes ?
2. Quelle note x doit-elle obtenir au 5e contrôle (de même coefficient) pour atteindre exactement 4,8 de moyenne ?
3. Si le 5e contrôle comptait **coefficient** 2 (le total des coefficients étant alors 6), quelle note lui faudrait-il pour obtenir 4,8 de moyenne ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Trouver trois **entiers pairs consécutifs** dont la somme vaut exactement 198, puis vérifier s'il existe trois entiers **impairs** consécutifs dont la somme vaut 198.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Résous $4x + 8 = 16$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Résous $8 - 4x = 20$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Résous $4(x + 2) = 32$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Résous $4x + 8 = 5x + 2$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Résous $x/4 + 4 = 8$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Un abonnement coûte 8 CHF d'entrée puis 4 CHF par séance. Une facture vaut 40 CHF. Combien de séances ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Un rectangle de largeur 4 cm a un périmètre de 24 cm. Quelle est sa longueur ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Résous $4(x + 2) = 4x + 8$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Résous $4x + 8 = 4x + 9$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Deux nombres entiers consécutifs totalisent 17. Écris une équation et trouve les nombres.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Résoudre :

1. $4(x - 3) - 2(x + 1) = 6$
2. $5 - 3(2x - 1) = 2x$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Résoudre les équations à coefficients fractionnaires :

1. $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 14$
2. $\frac{2x-1}{5} = \frac{x+4}{3}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Résoudre et interpréter :

1. $2(x+3) = 2x+5$
2. $3(x-1) = 3x-3$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

La longueur d'un rectangle mesure 3 cm de plus que le double de sa largeur. Son périmètre vaut 54 cm.

Calculer ses dimensions.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Les angles d'un triangle mesurent x, $x + 20^\circ$ et $2x$.

Calculer les trois angles et préciser la nature du triangle.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Pour un concert, on a vendu 120 billets : des billets adultes à 15 CHF et des billets enfants à 8 CHF. La recette est de 1 450 CHF.

Combien de billets de chaque sorte a-t-on vendus ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Isoler la grandeur indiquée :

1. $P = 2(L + \ell)$: isoler ℓ.
2. $v = \frac{d}{t}$: isoler t.
3. $F = 1{,}8C + 32$: isoler C, puis convertir 86°F en °C.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Deux cyclistes partent au même moment de deux villages distants de 72 km et roulent l'un vers l'autre, à 20 km/h et à 16 km/h.

1. Au bout de combien de temps se croisent-ils ?
2. À quelle distance du premier village ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

La somme de trois nombres pairs consécutifs vaut 126.

1. Écrire une équation en notant x le plus petit.
2. Trouver les trois nombres.
3. Peut-on trouver trois nombres pairs consécutifs de somme 128 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Un père a 41 ans et son fils 9 ans.

1. Dans combien d'années le père aura-t-il le triple de l'âge de son fils ?
2. Il y a combien d'années le père avait-il 9 fois l'âge de son fils ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Constructions géométriques

Exercice 1

Un archéologue retrouve un morceau d'assiette circulaire cassée. Il marque trois points distincts A, B et C sur le bord circulaire restant.

1. Décrire précisément le protocole de construction (à la règle non graduée et au compas) permettant de retrouver le **centre** O et le rayon du cercle d'origine.
2. Quelle propriété géométrique justifie cette construction ? Que se passe-t-il si A, B et C sont alignés ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

On donne un triangle ABC non aplati. On souhaite tracer le plus grand disque entièrement contenu dans ce triangle (**cercle inscrit**, tangent aux trois côtés).

1. Expliquer étape par étape comment construire son centre I à la règle et au compas.
2. Comment obtenir ensuite exactement le rayon r du cercle inscrit sans mesurer approximativement à l'œil ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Pour chacune des données suivantes, indiquer s'il est possible de construire le triangle ABC (unique, plusieurs solutions, ou impossible) et expliquer comment procéder dans les cas possibles :

1. $AB = 8$ cm, $BC = 5$ cm et $AC = 4$ cm.
2. $AB = 9$ cm, $BC = 4$ cm et $AC = 4{,}5$ cm.
3. $AB = 7$ cm, $\widehat{BAC} = 40°$ et $\widehat{ABC} = 65°$.
4. $\widehat{BAC} = 50°$, $\widehat{ABC} = 70°$ et $\widehat{ACB} = 60°$ (sans aucune longueur donnée).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

On donne un cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon $r = 3$ cm, ainsi qu'un point P situé à l'extérieur du cercle tel que $OP = 7$ cm.

1. Décrire le protocole de construction géométrique (au compas et à la règle) permettant de tracer les **deux tangentes** au cercle $\mathcal{C}$ passant par le point P, sans utiliser l'équerre par tâtonnement.
2. Quel théorème garantit que les droites obtenues sont rigoureusement perpendiculaires aux rayons aux points de tangence ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Construction à la règle non graduée et au compas (sans rapporteur ni équerre) : En partant d'une demi-droite $[Ox)$, expliquer comment construire uniquement à la règle et au compas un angle de mesure :

1. $60°$
2. $30°$
3. $90°$
4. $75°$ *(plusieurs méthodes possibles)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

On veut construire un **losange** $ABCD$ dont les diagonales mesurent $AC = 8$ cm et $BD = 6$ cm.

1. Rappeler la propriété caractéristique des diagonales d'un losange.
2. Décrire les étapes de construction de $ABCD$ au compas et à la règle.
3. Calculer la longueur exacte d'un côté du losange et son aire.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

On dispose d'un segment $[AB]$ tracé sur une feuille, de longueur inconnue, et l'on ne possède qu'une **règle non graduée** et un **compas**.

Expliquer comment partager exactement le segment $[AB]$ en 5 **segments de même longueur**, et justifier pourquoi la méthode fonctionne.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

On souhaite construire un triangle ABC **rectangle en** C connaissant la longueur de son hypoténuse $AB = 10$ cm et la longueur d'un côté de l'angle droit $AC = 6$ cm, **sans utiliser d'équerre ni de rapporteur**.

1. Décrire les étapes de construction uniquement à la règle graduée et au compas.
2. Calculer la longueur du troisième côté BC.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

On trace un cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon $R = 5$ cm.

1. Expliquer comment construire facilement un **hexagone régulier** inscrit dans $\mathcal{C}$ au compas, puis quelle est la longueur de son périmètre.
2. Comment en déduire ensuite la construction d'un **dodécagone régulier** (12 côtés) inscrit dans $\mathcal{C}$, et combien mesure l'angle au centre correspondant à un côté de ce dodécagone ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

On place deux points A et B distants de 6 cm sur une feuille. On cherche à construire **tous les points** M **du plan** qui vérifient simultanément les deux conditions suivantes :

- Condition 1 : $MA = MB$;
- Condition 2 : $MA = 5$ cm.

1. À quel ensemble géométrique appartiennent les points vérifiant la condition 1 ? Et ceux vérifiant la condition 2 ?
2. Combien de points M répondent aux deux conditions ? Calculer la distance MH entre chacun de ces points et la droite (AB) (où H est le milieu de $[AB]$).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Construis la médiatrice d'un segment AB de 10 cm. À quelle distance de A coupe-t-elle le segment ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Construis un triangle de côtés 5, 8 et 9 cm. Comment placer le troisième sommet ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Construis la bissectrice d'un angle de 72°. Quels angles obtiens-tu ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Place un point P à 5 cm d'une droite d. Comment contrôler la distance ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Construis un carré à partir d'une diagonale de 16 cm. Quelle est la longueur de l'autre diagonale ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Trace un cercle de rayon 8 cm. Construis la tangente en un point A du cercle.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Construis un losange de diagonales 10 cm et 16 cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Deux points sont à 10 cm l'un de l'autre. Où placer le centre d'un cercle de rayon 5 cm passant par les deux ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Place sur une droite d deux points distants de 8 cm. Construis une parallèle à d à 5 cm d'un côté fixé.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Construis un triangle isocèle de base 10 cm et de hauteur 8 cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

On veut construire un triangle ABC tel que $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm et $\widehat{BAC} = 90°$.

1. Décrire la construction.
2. Calculer la longueur BC et vérifier sur la figure.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

On construit le cercle circonscrit d'un triangle rectangle de côtés 6, 8 et 10 cm.

1. Où se trouve son centre ? Comment le construire rapidement ?
2. Quel est son rayon ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

On donne un cercle de centre O et de rayon 6 cm, et un point P tel que $OP = 10$ cm.

1. Construire les tangentes au cercle issues de P (décrire la méthode).
2. Calculer la longueur des segments de tangente.
3. Calculer la distance entre les deux points de contact.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Un carré est inscrit dans un cercle de rayon 4 cm.

1. Décrire une construction au compas et à la règle.
2. Calculer le côté du carré (valeur exacte et arrondi).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

On veut partager un segment $[AB]$ de longueur quelconque en 5 parties égales sans règle graduée.

1. Décrire la méthode utilisant le théorème de Thalès.
2. Justifier.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

1. Comment construire exactement un segment de longueur $\sqrt{13}$ cm ?
2. Et un segment de longueur $\sqrt{5}$ cm, puis $\sqrt{6}$ cm ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Deux points A et B sont distants de 5 cm.

1. Construire les points situés à 3 cm de A et à 4 cm de B. Combien y en a-t-il ?
2. Quelle est la nature du triangle formé par A, B et l'un de ces points ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Deux droites d_1 et d_2 se coupent en O.

1. Où se trouvent les centres des cercles tangents à la fois à d_1 et à d_2 ?
2. Comment construire un cercle de rayon 1,5 cm tangent aux deux droites ? Combien y en a-t-il ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Dans un triangle ABC, $AB = 6$ cm, $AC = 9$ cm et $BC = 10$ cm. La bissectrice de l'angle $\widehat{A}$ coupe $[BC]$ en D. On admet que $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$.

Calculer DB et DC.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

On veut construire un triangle dont les côtés mesurent 5, 6 et 7 cm, ainsi que son cercle inscrit.

1. Décrire la construction du cercle inscrit.
2. On admet la formule de Héron : aire $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ où s est le demi-périmètre. Calculer l'aire, puis le rayon du cercle inscrit $r = \frac{\text{aire}}{s}$ (au millimètre).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Triangles

Exercice 1

Un triangle non aplati a deux côtés qui mesurent 7 cm et 12 cm. On note x la longueur (en cm) du troisième côté.

1. Entre quelles bornes strictes doit être compris x pour que ce triangle existe ?
2. Si ce triangle est **isocèle**, quelles sont les longueurs possibles pour x ?
3. Si ce triangle est **rectangle** (en précisant les deux cas possibles pour l'hypoténuse), calculer les deux valeurs exactes possibles pour x.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

On considère un triangle ABC tel que $AB = AC$ (isocèle en A) et $\widehat{BAC} = 40°$. On prolonge le côté $[BA]$ au-delà de A jusqu'à un point D (de sorte que D, A, B soient alignés dans cet ordre), et on trace la droite (d) passant par A et parallèle à (BC).

1. Calculer les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$.
2. En utilisant les angles correspondants et alternes-internes formés avec la parallèle (d), calculer l'angle $\widehat{CAD}$ puis montrer que (d) est la **bissectrice** de l'angle extérieur $\widehat{CAD}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Relier chaque terme géométrique de gauche à sa définition exacte et au nom de son point de concours dans un triangle :

1. **Médiatrice d'un côté**
2. **Hauteur**
3. **Médiane**
4. **Bissectrice d'un angle**

Propriétés des points de concours :

- a) **Centre du cercle inscrit** (équidistant des 3 côtés)
- b) **Centre de gravité** G (situé aux $\frac{2}{3}$ depuis le sommet)
- c) **Centre du cercle circonscrit** (équidistant des 3 sommets)
- d) **Orthocentre** H (peut être à l'extérieur si le triangle a un angle obtus)

Puis répondre : dans un triangle équilatéral, que peut-on dire de ces quatre points remarquables ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Une échelle de longueur 5,0 m est appuyée contre un mur vertical parfaitement perpendiculaire au sol horizontal. Son pied est d'abord posé à 1,4 m du mur.

1. À quelle hauteur h_1 sur le mur s'appuie le sommet de l'échelle ?
2. Le pied de l'échelle glisse sur le sol et s'éloigne de 1,6 m supplémentaires (il est donc maintenant à 3,0 m du mur). De quelle distance verticale le sommet de l'échelle est-il descendu ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

À l'aide de la réciproque ou de la contraposée du théorème de Pythagore, déterminer si chacun des trois triangles suivants est rectangle (en précisant le sommet de l'angle droit le cas échéant) :

1. ABC avec $AB = 8$ cm, $BC = 17$ cm, $AC = 15$ cm.
2. DEF avec $DE = 7$ cm, $EF = 10$ cm, $DF = 12$ cm.
3. IJK avec $IJ = 6{,}5$ cm, $JK = 7{,}2$ cm, $IK = 9{,}7$ cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

On trace un cercle $\mathcal{C}$ de diamètre $[AB]$ avec $AB = 13$ cm et de centre O. On place sur $\mathcal{C}$ un point C tel que $AC = 5$ cm, puis un point D sur l'autre demi-cercle tel que l'angle $\widehat{ABD} = 35°$.

1. Quelle est la nature du triangle ABC ? En déduire la longueur BC.
2. Quelle est la nature du triangle ABD ? En déduire la mesure des angles $\widehat{BAD}$ et $\widehat{AOD}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Dans un triangle ABC, on place un point M sur le segment $[AB]$ et un point N sur le segment $[AC]$ tels que la droite (MN) soit **parallèle** à (BC). On donne : $AM = 4{,}5$ cm, $MB = 3$ cm, $AN = 6$ cm et $BC = 10$ cm.

1. Calculer AB, puis en appliquant le **théorème de Thalès**, calculer les longueurs AC, NC et MN.
2. Si l'aire du petit triangle AMN vaut 10,8 cm^2, quelle est l'aire du grand triangle ABC ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

On considère un triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 6$ cm et $AC = 8$ cm. On trace la **hauteur** $[AH]$ issue du sommet de l'angle droit A (avec $H \in [BC]$).

1. Calculer la longueur de l'hypoténuse BC et l'aire du triangle ABC.
2. En exprimant l'aire de ABC d'une deuxième manière (en prenant $[BC]$ pour base), calculer la longueur exacte de la hauteur AH.
3. Calculer ensuite les longueurs des deux segments BH et CH sur l'hypoténuse.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Par un après-midi ensoleillé, on souhaite mesurer la hauteur H d'un grand sapin sans y grimper. À l'aide d'un bâton vertical de 1,5 m planté bien droit dans le sol horizontal, on constate au même instant que :

- l'ombre du bâton au sol mesure 2,0 m ;
- l'ombre du sapin au sol mesure 18,0 m.

1. Faire un schéma mental de la situation (deux triangles rectangles avec les rayons du Soleil parallèles) et expliquer pourquoi le théorème de Thalès (ou triangles semblables) s'applique.
2. Calculer la hauteur H du sapin.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

On considère un triangle ABC dont les trois côtés mesurent $AB = 13$ cm, $AC = 15$ cm et $BC = 14$ cm. On trace la hauteur $[AH]$ issue de A sur $[BC]$, et on pose $x = BH$.

1. En appliquant le théorème de Pythagore dans les deux triangles rectangles ABH et ACH, exprimer AH^2 de deux manières en fonction de x, puis montrer que x vérifie :

$$13^2 - x^2 = 15^2 - (14 - x)^2$$

2. Résoudre cette équation pour trouver $x = BH$, puis en déduire la hauteur AH et l'aire du triangle ABC.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Un triangle a deux angles de 41° et 68°. Calcule le troisième.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Le sommet principal d'un triangle isocèle fait 82°. Donne les angles de base.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Peut-on construire un triangle de côtés 6, 8 et 14 cm ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Un triangle a pour base 12 cm et hauteur correspondante 8 cm. Quelle est son aire ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Un angle extérieur mesure 92°. Un angle intérieur non adjacent mesure 41°. Donne l'autre angle non adjacent.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Un triangle isocèle a un périmètre de 22 cm et une base de 6 cm. Trouve la longueur d'un côté égal.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Un triangle rectangle a un angle aigu de 41°. Quelle est la mesure de l'autre ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

L'aire d'un triangle vaut 48 cm² et sa hauteur correspondante 6 cm. Quelle est la base ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Un triangle a des côtés de 6, 8 et 13 cm. À quel côté est opposé le plus grand angle ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

La médiane issue de C partage le côté AB, long de 16 cm. Quelles longueurs obtient-on ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

1. Un triangle rectangle a des côtés de l'angle droit de 9 cm et 12 cm. Calculer l'hypoténuse.
2. Un triangle rectangle a une hypoténuse de 17 cm et un côté de 8 cm. Calculer le troisième côté.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Les triangles suivants sont-ils rectangles ?

1. Côtés 20, 21 et 29 cm.
2. Côtés 7, 8 et 11 cm.
3. Côtés 1,5 ; 2 et 2,5 m.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Une échelle de 6,5 m est appuyée contre un mur vertical. Son pied est à 2,5 m du mur.

1. À quelle hauteur l'échelle touche-t-elle le mur ?
2. On éloigne le pied de 0,8 m. De combien le haut de l'échelle descend-il ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Dans un triangle ABC, $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$ avec $(MN) \parallel (BC)$. On donne $AM = 4$ cm, $AB = 10$ cm, $AC = 15$ cm et $BC = 12{,}5$ cm.

Calculer AN et MN.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Pour mesurer la largeur AB d'une rivière sans la traverser, on réalise la figure suivante : A est sur l'autre rive, B et C sur notre rive, les points A, C, E sont alignés, ainsi que B, C, D, et $(AB) \parallel (DE)$ (C est entre A et E, et entre B et D). On mesure $BC = 20$ m, $CD = 8$ m et $DE = 12$ m.

Calculer la largeur AB de la rivière.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Un triangle isocèle a deux côtés de 13 cm et une base de 10 cm.

1. Calculer sa hauteur relative à la base.
2. Calculer son aire.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Un triangle équilatéral a des côtés de 6 cm.

1. Calculer sa hauteur (valeur exacte et au millimètre).
2. Calculer son aire.
3. Montrer qu'en général la hauteur d'un triangle équilatéral de côté c vaut $\frac{\sqrt{3}}{2}c$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Un triangle ABC est rectangle en A avec $AB = 6$ cm et $AC = 8$ cm. On note M le milieu de $[BC]$.

1. Calculer BC.
2. Que vaut AM ? Justifier.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Dans un repère orthonormé, on donne $A(1;2)$, $B(7;10)$ et $C(9;-4)$.

1. Calculer AB, AC et BC.
2. Le triangle ABC est-il rectangle ? Si oui, en quel sommet ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Dans un triangle ABC, on place M sur $[AB]$ et N sur $[AC]$ avec $AM = 3$ cm, $AB = 7{,}5$ cm, $AN = 4$ cm et $AC = 10$ cm.

Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifier.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Représentations de solides

Exercice 1

Pour tout polyèdre convexe, la **formule d'Euler** relie le nombre de sommets (S), d'arêtes (A) et de faces (F) :

$$S - A + F = 2$$

1. Compter et vérifier cette formule sur un **prisme droit à base pentagonale** et sur une **pyramide à base hexagonale**.

2. Un ballon de football classique (icosaèdre tronqué) est composé de 12 pentagones réguliers (noirs) et 20 hexagones réguliers (blancs), soit $F = 32$ faces, et possède 60 sommets. Combien d'arêtes (coutures entre panneaux) compte ce ballon ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

On donne un **patron en croix** classique d'un dé cubique à 6 faces :

- La colonne centrale verticale comporte 4 cases numérotées de haut en bas : 1, 2, 3, 4 ;
- À gauche de la case 2 se trouve la case 5 ;
- À droite de la case 2 se trouve la case 6.

1. Lorsque l'on replie ce patron pour former le cube, quelle face est **opposée** à la face 1 ? Quelle face est opposée à 2 ? À 5 ?
2. Si l'on souhaite en faire un dé à jouer réglementaire (la somme de deux faces opposées doit toujours valoir 7), ce patron convient-il tel quel ? Sinon, comment permuter les chiffres 1 à 6 pour qu'il soit conforme ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

On représente en **perspective cavalière** un pavé droit (parallélépipède rectangle) de dimensions réelles :

- longueur (frontale, horizontale) : $L = 8$ cm ;
- hauteur (frontale, verticale) : $h = 5$ cm ;
- profondeur (fuyante) : $p = 6$ cm.

On adopte les paramètres standard de perspective cavalière : angle des fuyantes $\alpha = 45°$ et coefficient de réduction sur les fuyantes $k = 0{,}5$.

1. Quelles longueurs exactes doit-on tracer sur la feuille pour chacune des trois directions ?
2. Combien d'arêtes doivent être tracées en **pointillés** ? Pourquoi ?
3. Si l'on mesure sur le dessin la fuyante d'un autre cube tracé avec $k = 0{,}6$ et qu'elle mesure 4,2 cm sur la feuille, quelle est l'arête réelle de ce cube ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

On souhaite dessiner en vraie grandeur le **patron** d'un prisme droit dont la hauteur vaut $h = 7$ cm et dont les bases sont des triangles rectangles de côtés 3 cm, 4 cm et 5 cm.

1. De quelles figures planes précises est constitué ce patron ? Donner les dimensions exactes de chaque pièce.
2. Si l'on assemble les trois rectangles latéraux côte à côte en une seule grande bande rectangulaire, quelles sont la longueur totale et l'aire de cette bande ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

On veut fabriquer le patron en carton d'une boîte cylindrique fermée de rayon $R = 4$ cm et de hauteur $h = 10$ cm.

1. Quelles sont les dimensions exactes (en fonction de π, puis arrondies au millimètre) du rectangle formant la surface latérale ?
2. Quelle aire minimale (exacte puis arrondie à 0,1 cm^2) de carton faudra-t-il pour réaliser le patron complet (surface latérale + deux disques de base) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

On considère une **pyramide régulière** $SABCD$ à base carrée de côté $c = 12$ cm et de hauteur $SO = 8$ cm (O est le centre du carré $ABCD$).

1. Pour tracer correctement les 4 faces triangulaires isocèles du patron, on a besoin de la hauteur SH de chaque triangle isocèle (appelée *apothème*, où H est le milieu de $[AB]$). Calculer OH puis SH par le théorème de Pythagore.
2. Calculer également la longueur d'une arête latérale SA (arrondie au millimètre) et l'aire totale de ce patron.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

On veut construire en papier un **cône de révolution** dont le disque de base a un rayon $r = 6$ cm et dont la hauteur vaut $h = 8$ cm.

1. Calculer la longueur de la génératrice g (rayon du secteur circulaire du patron).
2. Sachant que la longueur de l'arc du secteur circulaire doit être égale à la circonférence de la base ($2\pi r$), calculer l'**angle** α (en degrés) de ce secteur circulaire grâce à la proportionnalité sur un cercle de rayon g.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Un objet décoratif est formé par l'empilement de petits cubes identiques d'arête 1 cm, posés sans surplomb (aucun cube ne flotte dans le vide). La grille ci-dessous représente la **vue de dessus**, chaque case indiquant le nombre exact de cubes empilés à cet emplacement (Nord en haut, Sud en bas, Ouest à gauche, Est à droite) :

3	1	2
2	2	0
1	0	1

1. Quel est le volume total de cet assemblage ?
2. Décrire (en précisant le nombre de carrés visibles et la hauteur de chaque colonne de gauche à droite) :
   a) la **vue de face** (en regardant depuis le Sud) ;
   b) la **vue de profil droit** (en regardant depuis l'Est).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

On considère un cube $ABCDEFGH$ d'arête $a = 6$ cm (face inférieure $ABCD$, face supérieure $EFGH$, arêtes verticales $[AE], [BF], [CG], [DH]$).

1. Quelle est la nature exacte de la section obtenue en coupant ce cube par un plan passant par les quatre points A, B, G et H ?
2. Calculer les dimensions exactes et l'aire de cette section plane (en valeur exacte sous la forme $k\sqrt{2}$).
3. Qu'obtient-on si l'on coupe un **cylindre de révolution** (rayon 4 cm, hauteur 10 cm) par un plan parallèle à ses bases ? Et par un plan contenant son axe de révolution ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Une araignée se trouve au sommet A d'une boîte parallélépipédique fermée $ABCDEFGH$ de longueur $AB = 8$ cm, de profondeur $BC = 6$ cm et de hauteur $AE = 4$ cm. Elle souhaite marcher **uniquement sur les faces extérieures** de la boîte pour rejoindre le sommet opposé G par le **plus court chemin**.

En dépliant deux faces adjacentes sur un même plan (patron partiel), comparer les longueurs possibles selon le couple de faces traversées et donner la **longueur minimale exacte** du trajet.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Un pavé mesure 5 cm de large, 7 de profondeur et 9 de haut. Quelles dimensions a sa vue de dessus ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Une pyramide droite a une base à 5 côtés. Compte ses sommets.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Combien d'arêtes a un prisme dont la base polygonale a 7 côtés ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

En perspective cavalière, le coefficient de fuite est 1/2. Quelle longueur dessiner pour une arête de profondeur qui mesure 10 cm dans l'espace ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Un cylindre droit vertical a pour rayon 5 cm et hauteur 9 cm. Décris sa vue orthogonale de face.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Décris le patron d'un prisme droit de hauteur 5 cm, dont la base triangulaire a pour côtés 3, 4 et 5 cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Combien d'arêtes et de faces a une pyramide de base à 7 côtés ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Deux colonnes voisines contiennent 5 et 7 cubes. Combien de cases voit-on occupées en vue du dessus ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Décris le patron de la surface latérale d'un cylindre de rayon 5 cm et hauteur 7 cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Les vues de face et du dessus d'un pavé mesurent respectivement 5 cm × 9 cm et 5 cm × 7 cm. Donne les dimensions de la vue latérale.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Une boîte en forme de pavé droit mesure 3 cm $\times$ 4 cm $\times$ 12 cm.

1. Calculer la diagonale de la face de 3×4.
2. Calculer la grande diagonale de la boîte.
3. Une baguette de 12,5 cm peut-elle tenir dans la boîte fermée ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Une pyramide régulière a une base carrée de 6 cm de côté et une hauteur de 4 cm.

1. Calculer la hauteur d'une face latérale (apothème).
2. Calculer l'aire latérale et l'aire totale.
3. Calculer le volume.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Un cône de révolution a un rayon de base de 3 cm et une hauteur de 4 cm.

1. Calculer la longueur de sa génératrice.
2. Calculer son aire latérale ($\pi r g$) et son aire totale.
3. Calculer son volume.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

On fabrique le patron d'une boîte cylindrique fermée de rayon 2 cm et de hauteur 5 cm.

1. Quelles figures composent le patron ? Donner leurs dimensions.
2. Calculer l'aire totale du patron (valeur exacte et au cm^2).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Dans un cube d'arête 6 cm, on joint quatre sommets non voisins deux à deux (un sommet sur deux) : on obtient un tétraèdre régulier.

1. Quelle est la longueur des arêtes du tétraèdre ?
2. Le tétraèdre s'obtient en retirant au cube 4 coins, chacun étant une pyramide de volume $\frac{a^3}{6}$. Calculer le volume du tétraèdre.
3. Quelle fraction du cube occupe-t-il ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

On considère un prisme droit dont la base est un heptagone (7 côtés).

1. Calculer son nombre de faces, de sommets et d'arêtes.
2. Vérifier la relation d'Euler.
3. Même question pour une pyramide à base heptagonale.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Un grand cube formé de $4 \times 4 \times 4$ petits cubes est peint en rouge sur toutes ses faces, puis démonté.

Combien de petits cubes ont :

1. 3 faces peintes ?
2. 2 faces peintes ?
3. 1 face peinte ?
4. aucune face peinte ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

On veut fabriquer en papier un cône de rayon de base 3 cm et de génératrice 5 cm.

1. Quelle est la forme du patron de la surface latérale ?
2. Calculer l'angle du secteur à découper.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Une boule a un rayon de 6 cm. On rappelle : aire de la sphère $4\pi r^2$; volume de la boule $\frac{4}{3}\pi r^3$.

1. Calculer son aire et son volume (valeurs exactes et arrondis au dixième).
2. Si l'on double le rayon, par combien l'aire et le volume sont-ils multipliés ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Un architecte construit une maquette d'un bâtiment à l'échelle $1 : 50$. Le bâtiment réel a un volume de $2\,000$ m^3 et une façade de 300 m^2.

1. Calculer l'aire de la façade sur la maquette (en dm^2).
2. Calculer le volume de la maquette (en litres).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Divers problèmes de géométrie

Exercice 1

On rappelle qu'un polygone convexe à n côtés peut être découpé depuis un sommet en $(n-2)$ triangles, ce qui donne une somme des angles intérieurs égale à $(n-2) \times 180°$.

1. Calculer la somme des angles intérieurs d'un **octogone** (8 côtés) et d'un **dodécagone** (12 côtés).
2. En déduire la mesure de chaque angle intérieur d'un **octogone régulier** et d'un **dodécagone régulier**.
3. Un polygone régulier possède des angles intérieurs égaux à $156°$ chacun. Combien de côtés a ce polygone ? *(Indice : utiliser l'angle extérieur* $180° - 156°$*, dont la somme vaut toujours* $360°$*.)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

On considère un **losange** $ABCD$ dont les diagonales mesurent $AC = 12$ cm et $BD = 16$ cm. On appelle O le point d'intersection des diagonales.

1. Calculer la longueur du côté AB du losange et son périmètre.
2. Calculer l'aire du losange $ABCD$.
3. En déduire la **hauteur** h du losange (distance entre deux côtés parallèles (AB) et (CD)).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Dans un repère orthonormé, on considère le point $A(3;-2)$. Donner les coordonnées de l'image de A par chacune des isométries suivantes :

1. A_1, symétrique de A par rapport à l'**axe des abscisses** (Ox).
2. A_2, symétrique de A par rapport à l'**origine** $O(0;0)$.
3. A_3, image de A par la **translation** de vecteur $\vec{u}(-5;+7)$.
4. A_4, image de A par la **rotation** de centre $O(0;0)$ et d'angle $+90°$ (dans le sens antihoraire).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

On applique une **homothétie** de centre O et de rapport $k=-2$ à une figure $\mathcal{F}$ (un rectangle de 4 cm sur 3 cm, situé à une distance $OA = 2$ cm d'un de ses sommets A).

1. À quelle distance de O se situe l'image A' de A, et de quel côté de O par rapport à A ?
2. Quelles sont les dimensions, le périmètre et l'aire du rectangle image $\mathcal{F}'$?
3. Les mesures des angles droits du rectangle sont-elles modifiées ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

On place quatre points A, B, C, D dans cet ordre sur un cercle $\mathcal{C}$ de centre O. On donne l'angle au centre $\widehat{AOB} = 110°$ (interceptant le petit arc $\overset{\frown}{AB}$) et l'angle inscrit $\widehat{BAC} = 25°$.

1. Calculer la mesure de l'angle inscrit $\widehat{ADB}$ qui intercepte le petit arc $\overset{\frown}{AB}$ (avec D sur le grand arc $\overset{\frown}{AB}$).
2. Calculer l'angle inscrit $\widehat{ACB}$ interceptant ce même petit arc $\overset{\frown}{AB}$, puis en déduire l'angle $\widehat{ABC}$ dans le triangle ABC.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Dans un tunnel voûté en arc de cercle de rayon $R = 13$ m (centre O), le niveau du sol horizontal coupe le cercle selon une chaussée de largeur $AB = 24$ m (avec O au-dessus du sol).

1. Calculer la distance OH entre le centre O du cercle et le milieu H de la chaussée $[AB]$.
2. En déduire la **hauteur maximale** (sous clé de voûte) du tunnel au-dessus du milieu de la chaussée.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Une courroie tendue relie deux poulies circulaires identiques de même rayon $R = 15$ cm, dont les centres O_1 et O_2 sont espacés de $d = 80$ cm.

1. Décrire géométriquement de quelles portions se compose le contour fermé de la courroie (segments rectilignes tangents + arcs circulaires).
2. Calculer la **longueur exacte** de cette courroie en fonction de π, puis arrondie au millimètre.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

On considère un **trapèze isocèle** $ABCD$ de grande base $AB = 22$ cm, de petite base $CD = 10$ cm, et dont les deux côtés obliques mesurent $AD = BC = 10$ cm.

En abaissant les hauteurs $[DH]$ et $[CK]$ sur la grande base $[AB]$:

1. Calculer la longueur AH, puis la **hauteur** $h = DH$ du trapèze.
2. En déduire le **périmètre** et l'**aire** du trapèze $ABCD$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Une boîte fermée en forme de pavé droit a pour dimensions intérieures : base rectangulaire de 8 cm sur 6 cm, et hauteur de 24 cm.

1. Calculer la longueur d_{base} de la diagonale de la base rectangulaire.
2. En déduire la longueur maximale d'une aiguille rigide (de diamètre négligeable) que l'on peut ranger entièrement à l'intérieur de la boîte (**grande diagonale spatiale**).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

On considère un carré $ABCD$ de côté $a = 10$ cm. On trace à la fois son **cercle inscrit** $\mathcal{C}_1$ (tangent aux 4 côtés) et son **cercle circonscrit** $\mathcal{C}_2$ (passant par les 4 sommets).

1. Calculer le rayon r_1 de $\mathcal{C}_1$ et la **valeur exacte** du rayon r_2 de $\mathcal{C}_2$.
2. Montrer que l'aire du grand disque $\mathcal{C}_2$ est toujours exactement le **double** de l'aire du petit disque $\mathcal{C}_1$, puis calculer l'aire de la **couronne circulaire** comprise entre $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Donne la distance de P$(5, -7)$ à l'axe des abscisses dans un repère orthonormé.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Trouve le milieu du segment d'extrémités $(2, 5)$ et $(8, 11)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Une roue de rayon 5 cm fait trois tours sans glisser. Quelle est la distance exacte parcourue ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

De quel angle tourne l'aiguille des minutes de 10 à 15 minutes ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Une diagonale d'un rectangle forme avec un côté un angle de 25°. Quel angle forme-t-elle avec l'autre côté au même sommet ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Quel angle sépare deux sommets voisins, vu du centre d'un polygone régulier à 7 côtés ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Un cercle mesure 10 cm de diamètre. Un point est à 6 cm du centre. Est-il à l'intérieur ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Deux parallèles sont distantes de 7 cm. Où sont les points à la même distance des deux droites ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Une diagonale relie deux sommets opposés d'un rectangle de côtés 15 et 8 cm. Calcule-la.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Dans un repère orthonormé, A(1, 2) et B(5, 6) sont opposés dans un rectangle dont les côtés suivent les axes. Donne les autres sommets.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Dans un cercle de rayon 10 cm, on trace une corde de 16 cm.

1. À quelle distance du centre se trouve cette corde ?
2. Quelle serait la longueur d'une corde située à 8 cm du centre ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Sur un cercle de centre O, on place A, B et M. L'angle au centre $\widehat{AOB}$ mesure 100° et M est sur le grand arc AB.

1. On admet que l'angle inscrit $\widehat{AMB}$ vaut la moitié de l'angle au centre interceptant le même arc. Calculer $\widehat{AMB}$.
2. Que vaut $\widehat{AMB}$ si $[AB]$ est un diamètre ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Un triangle a un périmètre de 15 cm et une aire de 12 cm^2. On l'agrandit par une homothétie de rapport 3.

1. Calculer le périmètre et l'aire de l'image.
2. Quel rapport faudrait-il pour obtenir une aire de 48 cm^2 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Calculer l'aire d'un hexagone régulier de côté 4 cm (valeur exacte et arrondi au centième).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

On donne $A(0;0)$, $B(4;0)$ et $C(4;3)$.

1. Montrer que le triangle ABC est rectangle.
2. Déterminer le centre et le rayon de son cercle circonscrit.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Un triangle ABC est inscrit dans un demi-cercle de diamètre $[AB]$, avec $AB = 10$ cm et $AC = 6$ cm.

1. Quelle est la nature du triangle ?
2. Calculer BC et l'aire du triangle.
3. Calculer la hauteur issue de C.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Sur un plan à l'échelle $1 : 10\,000$, un terrain triangulaire a des côtés de 3 cm, 4 cm et 5 cm.

1. Calculer les longueurs réelles.
2. Le terrain est-il rectangle ? Calculer son aire réelle en hectares.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Deux cercles ont des rayons de 3 cm et 5 cm. On note d la distance entre leurs centres.

Préciser leur position relative lorsque :

1. $d = 8$ cm
2. $d = 2$ cm
3. $d = 6$ cm
4. $d = 10$ cm
5. $d = 1$ cm

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Un cercle a un rayon de 6 cm. On considère un secteur d'angle $60°$.

1. Calculer la longueur de l'arc.
2. Calculer l'aire du secteur.
3. Calculer le périmètre du secteur.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Dans un carré de côté 10 cm, on trace le cercle inscrit.

1. Calculer l'aire de la partie du carré située hors du cercle (au centième).
2. Quel pourcentage du carré cela représente-t-il ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Conversion d'unités

Exercice 1

Effectuer les conversions de longueurs et de masses suivantes :

1. 3,45 km = ... m ; 0,072 m = ... mm ; 450 μm = ... mm *(avec* 1 $\mu m = 10^{-6}$ *m)*
2. 2,8 t = ... kg ; 650 mg = ... g
3. Calculer la longueur totale en **mètres** : 1,4 km + 35 dam + 4800 cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Effectuer les conversions d'**aires** et d'**unités agraires** (1 a = 100 m^2, 1 ha = 100 a = 10 000 m^2) :

1. 4,2 m^2 = ... cm^2
2. 85 000 mm^2 = ... dm^2
3. 0,35 km^2 = ... ha
4. 3 ha 45 a = ... m^2

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Effectuer les conversions de **volumes et capacités** (1 L = 1 dm^3, 1 m^3 = 1000 L, 1 mL = 1 cm^3) :

1. 2,4 m^3 = ... dm^3 = ... L
2. 4800 cm^3 = ... L
3. 0,75 hL = ... dm^3 = ... cm^3
4. 3,5 cL = ... cm^3

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Effectuer les conversions de **durées** suivantes :

1. Convertir 2,35 **h** en heures et minutes.
2. Convertir 4,12 **h** en heures, minutes et secondes.
3. Convertir 3 **h** 42 **min** 18 **s** en secondes, puis en écriture décimale d'heures.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

1. Convertir les vitesses suivantes :
   a) 90 km/h en m/s b) 126 km/h en m/s c) 15 m/s en km/h
2. Un train parcourt 45 km en 18 minutes. Calculer sa vitesse moyenne en km/h puis en m/s.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Une pompe d'irrigation fournit un débit constant de $D = 1{,}5$ L/s.

1. Exprimer ce débit en **L/min**, puis en $\mathbf{m^3/h}$.
2. Combien de temps (en heures et minutes) faut-il à cette pompe pour remplir une citerne cylindrique de capacité 27 m^3 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

La masse volumique de l'acier est $\rho_{\text{acier}} = 7{,}85$ g/cm^3 et celle de l'huile d'olive est $\rho_{\text{huile}} = 920$ kg/m^3.

1. Convertir ρ_{acier} en $\mathbf{kg/dm^3}$, puis en $\mathbf{kg/m^3}$.
2. Convertir ρ_{huile} en $\mathbf{g/cm^3}$, puis calculer la masse exacte (en kg) d'un bidon contenant 5 L d'huile d'olive.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Un radiateur électrique de puissance 1,8 kW fonctionne pendant 2 h 30 min. On rappelle que 1 kWh = 3,6 MJ.

1. Calculer l'énergie électrique consommée en **kWh**.

2. Convertir cette énergie en **mégajoules (MJ)** puis en **joules (J)**.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Un agriculteur exploite un champ rectangulaire de 450 m de long sur 240 m de large. Le rendement de sa récolte de blé est de 75 quintaux par hectare (1 quintal = 100 kg).

1. Calculer l'aire du champ en m^2, puis la convertir en **ares** et en **hectares**.
2. Quelle masse totale de blé (en **tonnes**) récolte-t-il sur ce champ ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Un robinet mal fermé laisse échapper une goutte d'eau toutes les 2 secondes, chaque goutte ayant un volume de 0,05 mL.

1. Quel volume d'eau (en **litres**) est gaspillé en 1 journée (24 h) ?
2. Quel volume d'eau (en $\mathbf{m^3}$) cela représente-t-il sur une année non bissextile de 365 jours ? Au prix de 4,20 CHF/m^3, combien coûte cette fuite sur l'année ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Convertis 4,7 km en mètres.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Convertis 47 mm en centimètres.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Convertis 4,7 m^2 en dm^2.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Convertis 470 cm^2 en m^2.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Convertis 4,7 dm^3 en litres.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Convertis 470 mL en litres.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Convertis 4 h 35 min en minutes.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Convertis 4 kg et 70 g en grammes.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Convertis 4 cm^3 en mm^3.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Convertis 144 km/h en m/s.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Convertir :

1. 0,35 km en m puis en cm
2. 2,8 t en kg
3. 450 mg en g
4. 7 hm en m

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Convertir (rappel : 1 a = 100 m^2, 1 ha = 10 000 m^2) :

1. 2,5 ha en m^2
2. 3 450 m^2 en ares
3. 0,07 km^2 en ha
4. 85 000 cm^2 en m^2

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Convertir :

1. 3,6 m^3 en litres
2. 250 mL en cm^3 puis en dm^3
3. 1,2 hL en litres puis en m^3

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

1. Convertir 3,75 h en heures et minutes.
2. Convertir 5 h 18 min en heures décimales.
3. Convertir 10 000 s en heures, minutes et secondes.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

1. Convertir 108 km/h en m/s.
2. Convertir 15 m/s en km/h.
3. Un coureur parcourt 1 km en 4 minutes. Quelle est sa vitesse en km/h ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

L'or a une masse volumique de 19,3 g/cm^3.

1. Quelle est la masse d'un cube d'or de 2 cm d'arête ?
2. Quel est le volume d'un lingot de 1 kg (au dixième de cm^3) ?
3. Convertir la masse volumique en kg/m^3.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Un robinet a un débit de 6 L/min.

1. Convertir ce débit en m^3/h.
2. Combien de temps faut-il pour remplir une cuve de 9 m^3 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

1. Sachant que 1 W = 1 J/s, montrer que 1 kWh = 3,6 MJ.
2. Convertir 450 kJ en kWh.
3. Une barre de céréales fournit 800 kJ. Pendant combien de temps cette énergie ferait-elle briller une ampoule de 10 W ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Il est tombé 12 mm de pluie sur un champ de 1 ha.

1. Calculer le volume d'eau reçu en m^3, puis en litres.
2. Combien de litres d'eau sont tombés sur chaque m^2 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Un champ rectangulaire mesure 450 m sur 280 m.

1. Calculer son aire en m^2, puis en hectares.
2. Le rendement en blé est de 7 tonnes par hectare. Calculer la récolte.
3. Un sac contient 50 kg. Combien de sacs faut-il ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Périmètres et aires

Exercice 1

On construit une figure composée d'un rectangle $ABCD$ ($AB = 12$ cm, $BC = 8$ cm), auquel on accole à l'extérieur :

- sur le côté droit $[BC]$, un **demi-disque** de diamètre $[BC]$;
- sur le côté supérieur $[CD]$, un **triangle rectangle** DCE rectangle en D tel que $DE = 5$ cm.

Calculer les valeurs exactes, puis arrondies au dixième, du **périmètre** et de l'**aire** de cette figure.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

1. Un trapèze a une aire de 84 cm^2, une hauteur $h = 7$ cm et une petite base $b = 9$ cm. Quelle est la longueur de sa grande base B ?
2. Un parallélogramme $ABCD$ a pour dimensions $AB = 15$ cm et $BC = 10$ cm. La hauteur relative au côté $[AB]$ mesure $h_1 = 8$ cm. Calculer son aire, puis en déduire la hauteur h_2 relative au côté $[BC]$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Un essuie-glace arrière balaie un **secteur circulaire** d'angle $\alpha = 135°$. La raclette en caoutchouc nettoie la vitre entre un rayon intérieur $r = 12$ cm et un rayon extérieur $R = 36$ cm (par rapport à l'axe de rotation).

1. Quelle distance parcourt l'extrémité extérieure du balai en un aller simple (longueur d'arc de rayon $R = 36$ cm) ?
2. Calculer la **surface totale de vitre nettoyée** (secteur annulaire), en valeur exacte en fonction de π, puis arrondie au cm^2.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Un bassin circulaire de diamètre 14 m est entouré d'une allée circulaire en gravier de largeur constante 2 m.

1. Calculer la valeur exacte (en fonction de π) puis arrondie à 0,1 m^2 de l'aire de cette allée.
2. On souhaite border le contour **extérieur** de l'allée avec une bordure métallique, et étaler du gravier sur l'allée à raison de 60 kg/m^2. Calculer la longueur de bordure nécessaire et la masse totale de gravier (en tonnes, arrondie à 0,1 t).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Les lunules d'Hippocrate : Soit un triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 6$ cm et $AC = 8$ cm (donc $BC = 10$ cm). À l'extérieur du triangle, on construit deux demi-disques sur les cathètes $[AB]$ et $[AC]$ (de diamètres 6 cm et 8 cm). Puis on construit le demi-disque de diamètre l'hypoténuse $[BC]$ (10 cm), **du même côté de** (BC) **que le point** A (donc passant par A).

Les deux croissants compris à l'extérieur du grand demi-disque et à l'intérieur des deux petits demi-disques s'appellent des **lunules**.

1. Calculer les aires exactes des trois demi-disques ($\mathcal{A}_{AB}$, $\mathcal{A}_{AC}$ et $\mathcal{A}_{BC}$) en fonction de π, puis montrer que $\mathcal{A}_{AB} + \mathcal{A}_{AC} = \mathcal{A}_{BC}$.
2. En déduire que la somme des aires des deux lunules est **exactement égale à l'aire du triangle rectangle** ABC (sans aucun π !). Calculer cette aire.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

On dispose d'une corde fermée de longueur fixe $P = 36$ cm avec laquelle on forme successivement trois figures planes :

1. un **rectangle** dont la longueur vaut le double de la largeur ;
2. un **carré** ;
3. un **cercle (disque)**.

Calculer l'aire obtenue pour chacune de ces trois figures (arrondir au dixième pour le disque) et conclure sur la figure qui maximise l'aire à périmètre donné.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Une piste d'athlétisme a la forme d'un rectangle central de longueur $L = 100$ m bordé à ses deux extrémités par deux demi-disques identiques de rayon R. La corde intérieure de la piste mesure exactement 400 **m**.

1. Exprimer le périmètre de la piste en fonction de R, puis calculer le rayon R (arrondi à 0,01 m).
2. En déduire l'aire totale de la pelouse située à l'intérieur de la piste (en m^2, arrondie à l'unité).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

On découpe les quatre coins d'un **carré de côté** $a = 10$ **cm** par quatre triangles rectangles isocèles identiques de cathète x de manière à obtenir un **octogone régulier** (les 8 côtés de l'octogone doivent donc tous avoir la même longueur !).

1. En notant x la longueur découpée sur chaque demi-coin, exprimer en fonction de x :
   a) la longueur d'un côté horizontal/vertical restant de l'octogone ;
   b) la longueur de l'hypoténuse d'un des coins découpés (côté oblique de l'octogone).
2. En déduire que $x = \dfrac{10}{2+\sqrt{2}}$ (on ne demande pas de rationaliser obligatoirement, calculer sa valeur numérique arrondie à 0,01 cm), puis calculer l'aire de cet octogone régulier.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

On veut repeindre la façade pignon d'un chalet représentée par :

- un rectangle de largeur 8,5 m et de hauteur 4,2 m ;
- surmonté d'un triangle isocèle de base 8,5 m et de hauteur 2,8 m ;
- dans laquelle sont percées une porte rectangulaire de 1,0 m × 2,1 m et une fenêtre carrée de 1,4 m de côté (à ne pas peindre).

1. Calculer l'aire nette exacte à peindre.
2. Sachant qu'il faut passer **deux couches** de peinture, qu'un litre couvre 10 m^2 par couche et que les pots contiennent 2,5 L au prix de 48 CHF le pot, combien de pots faut-il acheter et quel sera le coût ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

On considère un carré $ABCD$ de côté 10 cm. On colorie la figure formée par :

- un carré $AMNP$ de côté x (avec $0 < x < 10$, où $M \in [AB]$ et $P \in [AD]$) ;
- et le triangle rectangle MBC (de base $MB = 10 - x$ et de hauteur $BC = 10$).

1. Exprimer l'aire totale coloriée $\mathcal{A}(x)$ en fonction de x, sous forme développée et réduite.
2. Pour quelle(s) valeur(s) de x l'aire coloriée vaut-elle exactement la **moitié** de l'aire du grand carré $ABCD$ ($50\ \text{cm}^2$) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Quelle est l'aire d'un parallélogramme de base 8 cm et de hauteur 5 cm ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Calcule l'aire d'un trapèze de bases 5 et 8 cm et de hauteur 6 cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

On découpe un carré de côté 5 cm au centre d'un carré de côté 8 cm. Quelle aire reste-t-il ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Donne le périmètre exact d'un demi-disque de rayon 5 cm, bord droit compris.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Combien de carreaux carrés de côté 2 cm couvrent un rectangle de 10 cm $\times$ 16 cm ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Un triangle de base 16 cm a la même aire qu'un rectangle de 5 cm sur 8 cm. Quelle est sa hauteur ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Donne l'aire exacte d'un disque de diamètre 16 cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

On triple le côté d'un carré de 5 cm. Par combien sont multipliés son périmètre et son aire ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

On découpe un carré de côté 2 cm dans un coin d'un rectangle de 5 cm sur 8 cm. Calcule le périmètre restant.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Un losange a des diagonales de 10 cm et de 16 cm. Trouve son aire.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Une plaque est formée d'un rectangle de 12 cm sur 8 cm dans lequel on a découpé un demi-disque de diamètre 8 cm sur l'un des petits côtés.

Calculer l'aire et le périmètre de la plaque (au centième).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Un trapèze a une aire de 84 cm^2, une hauteur de 7 cm et une grande base de 15 cm.

Calculer la petite base.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Un essuie-glace balaie un secteur d'angle 120°. Le balai mesure 40 cm et est fixé entre 10 cm et 50 cm du pivot.

1. Calculer l'aire du secteur de rayon 50 cm.
2. Calculer l'aire réellement balayée (au cm^2).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Un bassin circulaire de 14 m de diamètre est entouré d'une allée de 1,5 m de large.

Calculer l'aire de l'allée (au dixième de m^2).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Avec une ficelle de 36 cm, on forme successivement un triangle équilatéral, un carré et un cercle.

1. Calculer l'aire de chaque figure (au dixième).
2. Laquelle a la plus grande aire ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

On coupe les quatre coins d'un carré de 10 cm de côté en retirant des triangles rectangles isocèles dont les côtés de l'angle droit mesurent 3 cm.

1. Calculer l'aire de l'octogone obtenu.
2. Calculer son périmètre (au centième).
3. L'octogone est-il régulier ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Un triangle a des côtés de 13, 14 et 15 cm.

1. Calculer son aire avec la formule de Héron : $\mathcal{A} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, où s est le demi-périmètre.
2. En déduire la hauteur relative au côté de 14 cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Un losange a des diagonales de 10 cm et 24 cm.

1. Calculer son aire.
2. Calculer la longueur de ses côtés.
3. En déduire la distance entre deux côtés opposés (hauteur), au centième.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Dans un repère (unité : 1 m), un terrain a pour sommets $A(0;0)$, $B(6;0)$, $C(8;4)$ et $D(2;5)$.

Calculer son aire en soustrayant à un rectangle des triangles rectangles.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

1. Une photo de 10 cm × 15 cm est agrandie en 20 cm × 30 cm. Par combien son aire est-elle multipliée ?
2. Une feuille A4 a une aire deux fois plus petite qu'une feuille A3, avec la même forme. Par quel nombre faut-il multiplier les côtés de l'A4 pour obtenir l'A3 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Volumes et aires des solides

Exercice 1

Une piscine rectangulaire mesure 12 m de long sur 5 m de large. Son fond est incliné régulièrement : la profondeur passe de 1,0 m au petit bain à 2,2 m au grand bain (le bassin est donc un **prisme droit** couché dont les deux bases parallèles latérales sont des trapèzes rectangles).

1. Calculer l'aire d'une des deux parois latérales trapézoïdales (12 m de long, profondeurs 1,0 m et 2,2 m).
2. En déduire le **volume d'eau** contenu dans la piscine remplie à ras bord (en m^3 puis en litres).
3. Combien de temps faut-il pour la remplir avec un tuyau débitant 150 L/min ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Une citerne d'huile cylindrique posée verticalement a un diamètre intérieur de 1,20 m et une hauteur totale de 2,50 m.

1. Calculer sa capacité maximale en m^3 puis en litres (arrondie au litre).
2. On y verse exactement 1413,7 L d'huile. À quelle **hauteur** h (en mètres, au centimètre près) monte le liquide dans la citerne ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

On considère une **pyramide régulière** à base carrée de côté $c = 10$ cm, et dont les arêtes latérales mesurent toutes $SA = 13$ cm.

1. Calculer l'apothème SH (hauteur d'une face triangulaire latérale, où H est le milieu d'un côté de la base), puis l'**aire totale** de la pyramide (base + 4 faces).
2. Calculer la hauteur verticale SO de la pyramide (arrondie à 0,01 cm), puis son **volume** (arrondi au cm^3).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Un verre à cocktail a la forme d'un **cône de révolution** (pointe en bas) de rayon intérieur maximal $R = 4{,}5$ cm et de hauteur utile $H = 12$ cm.

1. Calculer la contenance maximale du verre (valeur exacte en fonction de π en cm^3, puis arrondie en cL).
2. On remplit le verre seulement **jusqu'à la moitié de sa hauteur** ($h = 6$ cm). Quelle fraction du volume total contient-il alors, et combien de cL cela représente-t-il ? *(Indice : penser à la réduction de rapport $\frac{1}{2}$!)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Une boule de pétanque sphérique réglementaire a un diamètre de 7,4 cm (rayon $R = 3{,}7$ cm) et une masse de 700 g. Par ailleurs, on compare avec un ballon de basket sphérique de rayon $R_b = 12$ cm.

1. Calculer l'aire extérieure et le volume de la boule de pétanque (arrondis à 0,1).
2. Sachant que le volume total de la boule de pétanque est 212,2 cm^3, et que l'acier plein a une masse volumique de 7,85 g/cm^3, cette boule est-elle pleine ou creuse à l'intérieur ? Justifier par le calcul.
3. Calculer l'aire et le volume exacts (en fonction de π) du ballon de basket ($R_b = 12$ cm).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Un silo à grains agricole est constitué d'un **cylindre** vertical de diamètre 6,0 m et de hauteur 8,0 m, surmonté d'un toit **conique** de même diamètre et de hauteur 3,0 m (sans fond intermédiaire).

1. Calculer le **volume total** de ce silo (valeur exacte en fonction de π, puis arrondie à 0,1 m^3).
2. Pour peindre toute la **surface extérieure** (paroi cylindrique latérale + toit conique, sans le sol), calculer l'apothème/génératrice g du cône (arrondie à 0,01 m) puis l'aire totale à peindre (en utilisant $\mathcal{A}_{\text{lat. cône}} = \pi r g$).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Un tuyau métallique cylindrique creux en fonte mesure $L = 2{,}0$ m de longueur. Son diamètre extérieur est $D = 12$ cm et l'épaisseur de la paroi de fonte est de 1 cm (donc diamètre intérieur $d = 10$ cm). La masse volumique de la fonte est $\rho = 7{,}2$ g/cm^3.

1. Calculer la surface annulaire de la section de fonte (en cm^2, valeur exacte en π).
2. En déduire le **volume de fonte** du tuyau (en cm^3) puis la **masse** du tuyau (en kg, arrondie à 0,1 kg).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Un récipient cylindrique de rayon intérieur $R = 6$ cm contient de l'eau sur une hauteur de 10 cm. On y plonge entièrement une bille sphérique en métal de rayon $r = 3$ cm, qui coule au fond (l'eau ne déborde pas).

De quelle hauteur exacte Δh (en cm) le niveau de l'eau monte-t-il dans le cylindre ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Un abat-jour a la forme d'un **tronc de cône** obtenu en coupant un grand cône de rayon de base $R = 18$ cm et de hauteur totale $H = 30$ cm par un plan parallèle à sa base situé à mi-hauteur (15 cm du sommet, puis on conserve la partie inférieure de hauteur 15 cm).

1. Quel est le rayon r du petit cercle supérieur du tronc de cône ?
2. Calculer le volume du grand cône, celui du petit cône retiré au sommet, et en déduire le **volume exact** (en π) puis arrondi (en cm^3) du tronc de cône.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

On réalise la maquette d'une statue monumentale à l'échelle 1 : 25. La maquette en plâtre a une surface extérieure à dorer de 320 cm^2 et un volume de 480 cm^3.

1. Quelle sera la **surface extérieure** (en $\mathbf{m}^2$) de la vraie statue ?
2. Quel sera le **volume** (en $\mathbf{m}^3$) de la vraie statue ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Calcule le volume d'une boîte de dimensions 4, 6 et 8 cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Une boîte fermée de dimensions 4, 6 et 8 cm a six faces. Quelle est leur aire totale ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Un cube d'arête 6 cm est découpé en cubes de côté 1 cm. Combien obtient-on de cubes ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Un réservoir cylindrique a pour rayon 4 dm et hauteur 6 dm. Donne son volume exact en litres.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Donne l'aire latérale exacte d'un cylindre de rayon 4 cm et de hauteur 8 cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Un aquarium de base 8 dm $\times$ 6 dm contient 384 L d'eau. Quelle hauteur atteint l'eau ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Le volume d'un cube est de 512 cm^3. Trouve l'aire d'une face.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Un prisme droit a une base triangulaire d'aire 24 cm^2 et une hauteur de 8 cm. Quel est son volume ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Une pyramide et un prisme ont la même aire de base, 27 cm^2, et la même hauteur, 8 cm. Compare leurs volumes.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Quel volume exact de matériau contient un tube de longueur 10 cm et rayons extérieur 4 cm et intérieur 3 cm ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Un prisme droit a pour base un triangle rectangle de côtés 5, 12 et 13 cm, et une hauteur de 20 cm.

1. Calculer son volume.
2. Calculer son aire totale.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Une citerne cylindrique a un diamètre de 1,2 m et une hauteur de 1,5 m.

1. Calculer son volume en m^3 (au millième) et en litres.
2. Elle est remplie aux trois quarts. Quelle est la hauteur de l'eau ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Un cornet de glace est formé d'un cône de rayon 3 cm et de hauteur 10 cm, rempli de glace et surmonté d'une demi-boule de même rayon.

Calculer le volume total de glace (valeur exacte et au dixième).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

La pyramide de Khéops avait à l'origine une base carrée de 230 m de côté et une hauteur de 146 m.

1. Calculer son volume (ordre de grandeur en notation scientifique).
2. Un bloc de pierre moyen a un volume d'environ 1,1 m^3. Estimer le nombre de blocs.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Un récipient cylindrique de rayon 10 cm contient de l'eau. On y plonge entièrement une bille de rayon 3 cm.

De combien le niveau de l'eau monte-t-il ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Une boule est placée dans un cube de 10 cm d'arête, en touchant les six faces.

1. Calculer le volume de la boule (au dixième).
2. Quel pourcentage du cube occupe-t-elle ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Dans une feuille de carton de 30 cm $\times$ 20 cm, on découpe un carré de côté x à chaque coin, puis on replie pour former une boîte sans couvercle.

1. Exprimer le volume $V(x)$ de la boîte.
2. Calculer $V(2)$, $V(4)$ et $V(6)$.
3. Lequel de ces trois choix donne le plus grand volume ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Un cône a un rayon r et une hauteur h.

1. On divise le rayon et la hauteur par 2. Par combien le volume est-il divisé ?
2. On double seulement le rayon. Par combien le volume est-il multiplié ?
3. On double seulement la hauteur ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Une piscine de 25 m de long et 10 m de large a une profondeur qui passe régulièrement de 1 m à 3 m d'une extrémité à l'autre.

1. Quelle est la forme de la coupe longitudinale ? Calculer son aire.
2. Calculer le volume de la piscine en m^3 et en litres.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

1. Quelle est la masse de l'air contenu dans une pièce de 5 m $\times$ 4 m $\times$ 2,5 m ($\rho_{\text{air}} = 1{,}2$ kg/m^3) ?
2. Un camion transporte 3 m^3 de gravier ($\rho = 1{,}6$ t/m^3). Quelle est la masse transportée ?
3. Quel volume occupe une tonne d'eau ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site